Anwendung
der
Rechnungskunst
auf die
Landwirthschaft
für
Schulen und zum Selbstunterricht
von
Joseph Stehele.
Neu bearbeitet von M. Wechs.

„Der Weg durch Beispiele ist kurz und sicher."

Dritte vermehrte und verbesserte Auflage.

Augsburg.
B. Schmid'sche Verlagsbuchhandlung (A. Manz).
1879.

Anwendung

der

Rechnungskunst

auf die

Landwirthschaft

für

Schulen und zum Selbstunterricht

von

Joseph Stehele.

Neu bearbeitet von M. Wechs.

„Der Weg durch Beispiele ist kurz und sicher."

Dritte vermehrte und verbesserte Auflage.

Augsburg.

B. Schmid'sche Verlagsbuchhandlung (A. Manz).

1879.

Vorwort.

Die günstige Aufnahme, welche Stehele's „Anwendung der Rechnungskunst auf die Landwirthschaft" in ihren beiden vorhergehenden Auflagen erfahren hat, veranlaßten die Verlagsbuchhandlung, das Büchlein den jetzigen Verhältnissen anpassen, dasselbe insbesonders nach dem jetzigen Maß und Gewichtssysteme umarbeiten und in der vorliegenden neuen, namentlich in seinen ersteren Kapiteln auch vermehrten und verbesserten Auflage erscheinen zu lassen.

Der Hauptzweck, den das Werkchen von jeher verfolgte, nämlich: bereits erlangte Rechnungsfertigkeit und Erfahrungssätze auf das landwirthschaftliche Leben anwenden zu lehren, nicht aber Fertigkeit im Rechnen zu erzielen, ist derselbe geblieben.

Wie der Verfasser in seiner Vorrede zur zweiten Auflage sagte, so sind die Beispiele Lehrbeispiele, schwerere mit den leichteren gemischt, um den jungen Menschen zum Gebrauche seiner Geisteskraft anzureizen, und da immer die nothwendigen Bedingungen resp. Erfahrungssätze in dem Vorhergehenden enthalten sind, so wird das Büchlein, wenn man stets das Vorhergende liest und theilweise merkt, auch fortan dazu dienen, es bei einer mäßigen Geistesanstrengung zu einer selbstständigen Behandlung landwirthschaftlicher Rechnungs-Aufgaben zu bringen.

M. Wechs.

Inhalt.

Erstes Kapitel.

Von den Dezimalbrüchen.

Begriff, Lesen und Anschreiben der Dezimalbrüche.

§. 1.

Ein Dezimalbruch oder ein zehntheiliger Bruch heißt ein Bruch, dessen Nenner aus 1 mit angehängten Nullen, also aus 10, 100, 1000 2c. oder aus Potenzen der Zahl 10 besteht;

z. B. $\frac{2}{10}$, $\frac{3}{100}$, $\frac{56}{100}$, $\frac{43}{1000}$ u. s. w.

§. 2.

Die Dezimalbrüche werden gerade so gelesen, wie die gemeinen Brüche. Man spricht nämlich zuerst den Zähler und dann den Nenner aus; z. B. $\frac{2}{10}$ wird gelesen — zwei Zehntel, $\frac{3}{100}$ — drei Hundertel, $\frac{43}{1000}$ — dreiundvierzig Tausendtel.

§. 3.

Während die Dezimalbrüche in der Aussprache sich von den gemeinen Brüchen nicht unterscheiden, herrscht beim Anschreiben zwischen beiden ein wesentlicher Unterschied. Bei den gemeinen Brüchen wird der Nenner immer angeschrieben, bei den Dezimalbrüchen nicht. Man könnte zwar auch bei den letzteren den

Nenner anschreiben und sie ganz wie gemeine Brüche behandeln; allein man würde dadurch den Hauptvortheil derselben — Leichtigkeit und Abkürzung der Rechnungen — verlieren.

Indem man bei den Dezimalbrüchen den Nenner nicht besonders anschreibt, wird derselbe am Zähler durch ein daselbst entsprechend angesetztes Komma (,) angedeutet.

Es ist nun Folgendes in's Auge zu fassen: Der Nenner des Dezimalbruches kann a) gerade so viele Nullen haben als der Zähler Ziffern hat, z. B. $\frac{38}{100}$; oder er kann b) weniger Nullen haben, z. B. $\frac{38}{10}$; oder er kann mehr Nullen haben, z. B. $\frac{43}{1000}$.

1. Fall. Der Nenner hat gerade so viele Nullen als der Zähler Ziffern hat.

Hier gilt folgende Regel: Hat der Dezimalbruch Ganze bei sich, ist er ein sog. gemischter Bruch, z. B. $2\frac{3}{10}$, so werden zuerst die Ganzen angeschrieben, dann wird neben die Zahl der Ganzen rechter Hand das Komma gesetzt und nach dem Komma der Zähler geschrieben, also $2\frac{3}{10} = 2{,}3$. Hat der Dezimalbruch keine Ganzen bei sich, so wird zuerst eine Nulle angeschrieben, zum Zeichen, daß keine Ganzen da sind, rechts neben die Null wird das Komma und nach diesem wieder der Zähler gesetzt.

$$\text{Z. B. } \frac{3}{10} = 0{,}3; \; \frac{56}{100} = 0{,}56.$$

So leicht es in diesem Falle ist, den Dezimalbruch anzuschreiben, eben so leicht ist es auch, den angeschriebenen auszusprechen. Ich weiß, links von dem Komma sind die Ganzen, rechts nach demselben ist der Zähler des Dezimalbruches. Nun spreche ich zuerst die Ganzen aus, dann den Dezimalbruch. Um aber diesen zu lesen, denke ich ihn wie einen gemeinen Bruch angeschrieben. Unter den Zähler denke ich mir als Nenner 1 mit so vielen Nullen, als der Zähler Ziffern hat, und spreche zuerst den Zähler und dann den hinzugedachten Nenner aus.

z. B. 2,3. Die Ziffer 2 links vor dem Komma bedeutet 2 Ganze, die Ziffer 3 rechts nach dem Komma ist der Zähler des Dezimalbruches. Der Nenner, welcher hinzugedacht werden muß, ist 1 mit einer Null, d. h. 10. Folglich ist 2,3 gerade so viel, wie $2\frac{3}{10}$, und wird gelesen: Zwei Ganze drei Zehntel.

$12,36 = 12\frac{36}{100}$: Zwölf Ganze sechsunddreißig Hundertel; $0,304 = \frac{304}{1000}$: Dreihundert vier Tausendtel.

2. Fall. Der Nenner hat weniger Nullen als der Zähler Ziffern, z. B. $\frac{38}{10}$.

In diesem Falle haben wir offenbar einen unächten Bruch. Man ziehe die Ganzen heraus und schreibe ihn als einen gemischten an, so wird dieser Fall auf den ersten reduzirt und braucht nicht weiter behandelt zu werden.

Also: $\frac{38}{10} = 3\frac{8}{10} = 3,8$. $\frac{42976}{100} = 429,76$.

3. Fall. Der Nenner hat mehr Nullen als der Zähler Ziffern, z. B. $\frac{3}{1000}$.

Würde man hier, wie im ersten Falle, den Zähler einfach neben das Komma hinsetzen und schreiben 0,3, so müßte man offenbar lesen: Kein Ganzes, oder Null Ganze, drei Zehntel. Um nun ersichtlich zu machen, daß im Zähler „drei" und im Nenner „Tausendtel" auszusprechen ist, werden im Zähler noch zwei Nullen angesetzt, so daß im Zähler so viele Zifferstellen erscheinen als der Nenner Nullen hat; diese dem Zähler beizusetzenden Nullen werden aber nicht hinter die Ziffer 3 gesetzt, sondern gleich nach dem Komma unmittelbar vor 3, also: $\frac{3}{1000} = 0,003$. Würde man die zwei Nullen hinter 3 setzen, also 0,300 schreiben, so müßte man „dreihundert Tausendtel" lesen, was dem Werthe nach $= \frac{3}{10}$ wäre.

Indem der voraufgeführte Bruch auf die bezeichnete

Weise angeschrieben wird, erleidet der Werth des Zählers keine Veränderung, weil die vor der Ziffer 3 stehenden Nullen dieser keinen höheren Werth geben, und es kann also, da nach dem Komma noch drei Stellen ausgefüllt sind, geschlossen werden, daß der Nenner gleich sei 1 mit drei Nullen. Es gilt also für diesen Fall als Regel: Man sehe, um wie viel der Nenner mehr Nullen hat als der Zähler Ziffern; gerade so viele Nullen als dieser Ueberschuß beträgt schreibe man rechts neben das Komma, und erst hierauf setze man die Ziffern des Zählers, so daß im Zähler so viele Stellen sind als der Nenner Nullen hat.

Beispiele.

1) $\frac{32}{10000}$ soll als Dezimalbruch angeschrieben werden.

Auflösung.

Der Nenner hat vier Nullen und der Zähler zwei Ziffern, demnach müssen zwischen das Komma und 32 noch zwei Nullen, und vor das Komma noch eine Null gesetzt werden, zum Zeichen, daß keine Ganzen vorhanden sind.

$$\frac{32}{10000} = 0{,}0032.$$

Um 0,0032 auszusprechen denke man unter 32 einen Nenner, der 1 mit vier Nullen hat, d. h. 10000, und lese: 32 Zehntausendtel.

2) $6\frac{16}{1000}$ soll in Form eines Dezimalbruches erscheinen.

Auflösung.

Zuerst schreibt man die Ganzen an, also hier 6, darnach wird neben 6 rechter Hand das Komma, nach dem Komma eine Null gesetzt, damit der Zähler so viele Stellen bekommt als der Nenner Nullen hat, und zuletzt schreibt man den Zähler 16. Demnach ist $6\frac{16}{1000} = 6{,}016$.

3) $34\frac{702}{100000} = 34{,}00702$. Hier müssen zwischen das Komma und den Zähler 702 noch zwei Nullen gesetzt werden, weil der Nenner um zwei Nullen mehr hat als der Zähler Ziffern. Will man hingegen 34,00702 aussprechen, so ist zuerst die

Zahl bis zum Komma zu lesen und zu sagen: 34 Ganze; die Nullen nach dem Komma werden nicht ausgesprochen, weil sie nur zur Bestimmung des Nenners dienen. Unter 702 wird ein Nenner gesetzt gedacht, der mit 1 und fünf Nullen geschrieben wird, also 100000, und es ist demnach zu lesen: 702 Hunderttausendtel.

Anmerkung: Bei einem Dezimalbruch, wie z. B. 0,735, nennt man die Ziffern nach dem Komma Dezimalziffern und die Stellen, die sie einnehmen, Dezimalstellen. Es wäre also in dem angeführten Beispiele 3 die zweite Dezimalziffer, welche die zweite Dezimalstelle einnimmt; 5 steht in der dritten Dezimalstelle.

4) Zur Uebung sollen folgende Brüche als Dezimalbrüche angeschrieben werden: a) $\frac{2}{10}$, b) $\frac{45}{100}$, c) $\frac{7}{1000}$, d) $6\frac{2}{100}$, e) $\frac{218}{10}$, f) $28\frac{1}{10000}$, g) $\frac{33}{1000}$, h) $\frac{405}{1000}$, i) $\frac{101}{10}$, k) $\frac{2}{1000}$, l) $\frac{302}{10000}$, m) $\frac{1114}{100}$, n) $\frac{87}{100000}$, o) $3\frac{1}{100}$, p) $\frac{2}{1000}$.

5) Wie sind folgende Dezimalbrüche zu lesen? a) 0,002; b) 0,32; c) 2,0017; d) 0,00001; e) 2,1290; f) 0,13; g) 128,09; h) 0,101; i) 0,010101; k) 0,0000001; l) 2,0023; m) 12,1012; n) 2001,0602; o) 0,0001206; p) 8,000104?

Anmerkung. Eine andere Art, Dezimalbrüche auszusprechen ist, daß man z. B. 0,936: neun hundert sechsunddreißig Tausendtel auch so liest: Kein Ganzes, oder Null Ganze, neun Zehntel, drei Hundertel, sechs Tausendtel; oder: neun Zehntel, sechsunddreißig Tausendtel.

Der Grund ist: $\frac{9}{10}$ ist so viel als $\frac{900}{1000}$, $\frac{3}{100} = \frac{30}{1000}$. Nach der ersten Art wird die Summe mit dem Generalnenner, nach der letzten Art werden die einzelnen Brüche mit ihrem besondern Nenner ausgesprochen.

Zur Uebung können alle Brüche von Nr. 5 nach der zweiten Art gelesen werden.

Umwandlung der gemeinen Brüche in Dezimalbrüche.

§. 4.

Da das Rechnen mit Dezimalbrüchen höchst einfach und leicht ist, so lohnt es sich, wenn man mit gemeinen Brüchen zu rechnen hat, solche in Dezimalbrüche zu verwandeln. Diese Umwandlung besteht nun darin, daß man einem Bruche seinen alten Nenner nimmt und ihm einen neuen Nenner gibt, ohne daß der ursprüngliche Werth des Bruches sich ändert. Soll also z. B. der

gemeine Bruch $\frac{1}{2}$ in einen Dezimalbruch verwandelt werden, so ist der Nenner 2 wegzuschaffen und dafür der Nenner 10, 100, 1000 2c. 2c. herzustellen, aber so, daß der neue Bruch mit solchem Nenner auch nur wieder den Werth von $\frac{1}{2}$ hat.

Das Verfahren hiebei sollen nun folgende Beispiele zeigen.

1) $\frac{1}{2}$ soll in einen Dezimalbruch verwandelt werden.

Auflösung.

Man multiplizire Zähler und Nenner des gemeinen Bruches mit 10 (oder, wenn man Hundertel haben will, mit 100 u. s. w.), dadurch wird der Werth des Bruches nicht geändert. Die Multiplikation ist zunächst so zu verrichten, daß man im Zähler dieselbe ausführt, im Nenner aber blos anzeigt. Hiernach ergäbe sich also $\frac{1}{2} = \frac{10}{2.10}$. Der frühere Nenner 2 wird nun hinweggeschafft, indem man mit eben diesem Nenner 2 in den des hergestellten Bruches dividirt, wodurch die Zahl (der Faktor) 2 im Nenner verschwindet und nunmehr die Zahl (der Faktor) 10 als Nenner verbleibt. Allein sowie im Nenner mit 2 dividirt wird, muß die gleiche Division auch im Zähler vollzogen werden, da sonst der Werth des Bruches geändert würde, und nur dann eine solche Werthsänderung nicht eintritt, wenn Zähler und Nenner eines Bruches mit ein und derselben Zahl entweder multiplizirt oder dividirt werden.

Es wird demnach sich ergeben: $\frac{1}{2} = \frac{10}{2.10} = \frac{5}{10} = 0,5.$

2) Man verwandle $\frac{3}{4}$ in einen Dezimalbruch.

Auflösung.

$\frac{3}{4} = \frac{300}{4.100} = \frac{75}{100} = 0,75.$ Es wird hier zuerst Zähler und Nenner mit 100 multiplicirt, was gibt $\frac{300}{400}$. Hierauf dividirt man mit dem früheren Nenner 4 Zähler und Nenner des umgestalteten Bruches, wodurch man $\frac{75}{100}$ erhält, welcher als Dezimalbruch angeschrieben $= 0,75$ ist.

3) $\frac{7}{8}$ sei in einen Dezimalbruch zu verwandeln.

Auflösung.

$$\frac{7}{8} = \frac{7000}{8000} = \frac{875}{1000} = 0{,}875.$$

Daraus leitet sich nun als Regel ab: *Um einen gemeinen Bruch in einen Dezimalbruch zu verwandeln, schreibe man den Zähler als Dividend und den Nenner als Divisor an und vollziehe die Division nach den gewöhnlichen Regeln. Verbleibt ein Rest, so füge man diesem eine Null bei, dividire dann mit dem nämlichen Divisor und fahre so fort, bis entweder die Division aufgeht oder man so viele Dezimalstellen erlangt hat, als man für seine Zwecke als nöthig erachtet.*

4) Es werde der Bruch $\frac{3}{7}$ in einen Dezimalbruch umgewandelt!

$\frac{3}{7} = 3:7 = 7|3|0{,}4285714\ldots$ Also $\frac{3}{7} = 0{,}4285714\ldots$

```
7|3|0,4285714 ...
  |0|
  ---
   30
   28
   ---
    20
    14
    ---
     60
     56
     ---
      40
      35
      ---
       50
       49
       ---
        10
         7
        ---
        30
```

Hier hört die Division nie auf, weil vom 7. Reste an, überhaupt nach 6 Resten immer wieder die nämlichen Reste zum Vorschein kommen, und mit ihnen die alten Quotienten sich wiederholen, was man durch weiter fortgesetzte Division erproben kann.

5) Es soll weiters der Bruch $\frac{3}{14}$ in einen Dezimalbruch umgeformt werden. Nach dem angegebenen Verfahren wird man erhalten: $\frac{3}{14} = 0{,}214285714\ldots$

Hier hört die Division ebenfalls nicht auf, jedoch wiederholt sich nicht sogleich die erste Ziffer nach dem Komma, sondern es wiederholen sich erst die folgenden 6 Ziffern fort und fort.

Anmerkung 1. Dezimalbrüche der Art, wie in den Beispielen 4 und 5, heißen „unendliche Dezimalbrüche," im Gegensatze zu den übrigen, welche man „endliche" nennt.

Anmerkung 2. Ob bei Umwandlung eines gemeinen Bruches in einen Dezimalbruch ein endlicher oder ein unendlicher Dezimalbruch entstehe, hängt vom Nenner des gemeinen Bruches ab. Wenn 2 oder 5, oder Potenzen von 2 oder 5, also die Zahlen: 2, 4, 8, 16 u. s. w., oder 5, 25, 125 u. s. w. den Nenner des gemeinen Bruches bilden, entstehen immer endliche Dezimalbrüche; bei allen übrigen Nennern ergeben sich unendliche Dezimalbrüche.

Anmerkung 3. Wie aus den gegebenen Beispielen schon hervorgeht, können bei der Verwandlung der gemeinen Brüche in Dezimalbrüche drei Fälle vorkommen: der Dezimalbruch wird endlich, oder es wiederholen sich ein oder mehrere Ziffern gleich vom Komma, dem Dezimalstrich, an ohne Unterbrechung, oder es wiederholen sich ein oder mehrere Ziffern ohne Unterbrechung erst nach einer oder mehreren Dezimalstellen.

Anmerkung 4. Die Dezimalziffern (Dezimalstellen), welche sich bei einem unendlichen Dezimalbruche wiederholen, nennt man die Periode, daher denn solche Dezimalbrüche auch periodische Dezimalbrüche heißen. Diese nennt man dann nun wieder rein periodische, wenn die Periode unmittelbar nach dem Komma (Dezimalstrich) beginnt (Beispiel 4), oder unrein (gemischt) periodische, wenn der Periode noch andere Dezimalziffern vorausgehen (Beispiel 5). Letztere entstehen, wenn im Nenner des gemeinen Bruches 2 oder 5 als Faktoren erscheinen.

6) Zur Uebung sollen nun noch folgende gemeine Brüche in Dezimalbrüche verwandelt werden: a) $\frac{5}{6}$, b) $\frac{4}{9}$, c) $\frac{3}{11}$, d) $\frac{7}{13}$, e) $\frac{2}{15}$, f) $\frac{8}{17}$, g) $\frac{5}{18}$, h) $\frac{2}{19}$, i) $\frac{4}{21}$, k) $\frac{3}{22}$, l) $\frac{7}{23}$, m) $\frac{1}{24}$, n) $\frac{6}{25}$, o) $\frac{4}{27}$, p) $\frac{1}{37}$, q) $\frac{2}{41}$.

Anmerkung 5. Ein unendlicher Dezimalbruch ist dem Werthe eines gemeinen Bruches nie ganz gleich, er kommt ihm aber immer näher, je mehr man Dezimalstellen nimmt.

Anmerkung 6. Wenn ein Dezimalbruch auch viele oder unendlich viele Dezimalstellen hat, so benützt man beim Rechnen doch gewöhnlich nur einige Stellen, je nachdem man die Rechnung mehr oder weniger genau haben will. 2 bis 3 Dezimalstellen geben hinreichende Genauigkeit; größte Genauigkeit erzielt man schon mit 4 und 5 Stellen. Die nächstfolgende Dezimalstelle jedoch, welche man zur Rechnung nicht mehr benützt, wird insoferne berücksichtiget, daß, wenn die betreffende Ziffer 5 oder höher als 5 ist, die letztere Ziffer der vorhergehenden Stelle, welche noch zur Rechnung gezogen wird, um 1 erhöht wird. Z. B. 0,897645. Bricht man hier mit der 3. oder 5. Stelle ab, so wird diese Ziffer um 1 erhöht, da die nächstfolgende 5 und darüber ist, also 0,898 und 0,89765; nimmt man dagegen nur 4 Dezimalstellen, so tritt keine Erhöhung ein, da die nächstfolgende Ziffer kleiner als 5 ist; also: 0,8976.

Die vier Rechnungsarten mit Dezimalbrüchen.

§. 5.

Addition.

Die Addition der Dezimalbrüche ist höchst einfach. Sie werden addirt, indem man sie untereinander schreibt, daß, wie bei den ganzen Zahlen, die gleichen Ordnungen untereinander stehen, also Zehntel unter Zehntel, Hundertel unter Hundertel u. s. w.; hierauf wird gerade so addirt, wie bei ganzen Zahlen. Das Komma, der Dezimalstrich, bleibt in der Summe auch an der Stelle, wo es in den einzelnen Posten steht. Haben die einzelnen Brüche nicht gleichviel Dezimalstellen, so kann man sie durch Anhängen von Nullen gleichstellig (gleichnamig) machen.

Beispiel.

Man addire: 0,3 + 0,0047 + 3,026 + 0,82.

Auflösung.

Man schreibe diese Brüche wie nachstehend an und addire:

0,3	oder:	0,3000
0,0047		0,0047
3,026		3,0260
0,82		0,8200
4,1507		4,1507

Das Verfahren ergibt sich aus dem dekadischen Zahlensystem.

Uebungsbeispiele:

Man addire folgende Dezimalbrüche: a) 17,3 + 3,087 + 0,009 + 1,12; b) 0,14 + 2,034 + 5,201 + 0,0012 + 247,32; c) 0,128 + 3,75 + 17,00001 + 0,14; d) 0,926 + 2,8563 + 1,527 + 3,98; e) 12,7 + 2,9 + 5,367 + 0,8; f) 15,9002 + 0,0001 + 0,00102.

§. 6.

Subtraktion.

Um Dezimalbrüche zu subtrahiren, schreibt man den Subtrahend unter den Minuend, gerade so, wie bei der Addition die Summanden untereinander gesetzt werden, und subtrahirt dann wie bei ganzen Zahlen. Im Rest bleibt das Komma an der Stelle, wo es im Minuend und Subtrahend ist. Ist die Anzahl der Dezimalstellen im Minuend und Subtrahend ungleich, so werden die fehlenden Stellen durch Nullen ergänzt, d. h. so viele Nullen angehängt als Dezimalstellen mangeln.

Beispiele.

1) Von 34,024 sollen 23,937 subtrahirt werden.

Auflösung.

Man schreibe also zuerst den Minuend und unter diesen den Subtrahend, so daß die Komma untereinander stehen, und vollziehe die Subtraction als wenn man ganze Zahlen vor sich hätte.

$$\begin{array}{r} 34{,}024 \\ 23{,}937 \\ \hline 10{,}087 \end{array}$$

2) 2,1344 soll von 13,26 subtrahirt werden.

Auflösung.

Um hier die Subtraktion zu vollziehen, hänge man dem Minuend 2 Nullen an und verfahre dann wie vor.

$$\begin{array}{r} 13{,}2600 \\ 2{,}1344 \\ \hline 11{,}1256. \end{array}$$

Anmerkung. Statt die fehlenden Dezimalstellen durch Nullen zu ergänzen, kann man sich letztere auch nur hinzudenken.

Uebungsbeispiele.

Man subtrahire: a) 13,2 von 74,002; b) 0,14 von 7,48; c) 2,2772 von 9,567; d) 77,001201 von 100; e) 100 von 372,442; f) 78,92 von 472,3; g) 22,43 von 87; h) 0,102 von 0,86

§. 7.

Multiplikation.

Hier gilt folgende Regel: Man multiplizire die gegebenen Dezimalbrüche (die Faktoren) wie ganze Zahlen, ohne Rücksicht auf das Komma. Im Produkte schneide man dann von der Rechten zur Linken so viele Stellen als Dezimalen ab, als beide Faktoren mit einander Dezimalstellen haben. Sollte das Produkt nicht so viele Ziffern enthalten, so ergänzt man die fehlenden gegen das Komma hin mit Nullen.

Beispiele.

1) 3,14 × 6,5.

```
  314
   65
 ----
 1570
1884
-----
20410
```

Da die beiden Faktoren zusammen 3 Dezimalstellen haben, so sind so viele Stellen im Produkte von der Rechten zur Linken abzuschneiden, und es ergibt sich also: 3,14 × 6,5 = 20,410, oder, da die Nullen am Ende auch weggelassen werden können: = 20,41.

2) 0,45 × 0,5.

```
 45
  5
----
225.
```

Da die zwei Faktoren miteinander 3 Dezimalstellen haben, so schneide man im Produkte 3 Stellen ab; weil auf diese Weise für die Ganzen keine Ziffer übrig bleibt, so ist links vor das Komma eine Null zu setzen: 0,45 × 0,5 = 0,225.

3) 0,004 × 1,3.

```
13
 4
---
52.
```

Das Produkt hat nur zwei Ziffern, 4 Dezimalen sollen aber abgeschnitten werden. Die fehlenden Ziffern müssen also durch Nullen ergänzt werden: 0,0004 × 1,3 = 0,0052, da das Produkt immer so viele Dezimalen haben muß als beide Faktoren zusammen. Den Grund hievon sieht man sogleich ein, wenn man die Dezimalbrüche

als gemeine Brüche behandelt, als: $0{,}004 \times 1{,}3 = \frac{4}{1000} \times 1\frac{3}{10} = \frac{4}{1000} \times \frac{13}{10} = \frac{52}{10000} = 0{,}0052.$

Ebenso ergibt sich bei Beispiel 2.:

$$0{,}45 \times 0{,}5 = \frac{45}{100} \times \frac{5}{10} = \frac{225}{1000} = 0{,}225.$$

4) $2{,}6391 \times 100 = 263{,}9100.$

Der eine Faktor hat keine Dezimalstelle, der andere vier; es werden also im Produkt 4 Dezimalen abgeschnitten. Da, wie schon erwähnt, am Ende eines Dezimalbruches die Nullen weggelassen werden können, so wird das Produkt geschrieben: $2{,}6391 \times 100 = 263{,}91$. Aus diesem Beispiele ergibt sich, daß man bei Multiplikation der Dezimalbrüche mit 10, 100, 1000 u. s. w. das Resultat dadurch erhält, daß man das Komma einfach um so viele Stellen von der linken zur rechten Seite rückt, als der Multiplikator Nullen hat. Sind nicht genug Stellen vorhanden, so ersetzt man die fehlenden mit Nullen; z. B. $3{,}4 \times 1000 = 3400$; $0{,}36 \times 1000 = 360$.

Uebungsbeispiele.

Man führe die Multiplikation folgender Dezimalbrüche aus: a) $0{,}35 \times 37{,}2$; b) $47{,}53 \times 0{,}12$; c) $18{,}140 \times 1{,}12$; d) $77{,}2 \times 10$; e) $173 \times 0{,}12$; f) $0{,}003 \times 0{,}4$; g) $0{,}46 \times 100$.

§. 8.

Division.

Dezimalbrüche werden dividirt ohne Rücksicht auf das Komma, gleich wie wenn man ganze Zahlen hätte. Man hat aber darauf zu achten, daß, bevor man zu dividiren beginnt, Dividend und Divisor immer gleich viel Dezimalstellen haben, daher denn jenem, der weniger hat, so viele Nullen anzuhängen sind, bis beide gleich viele Stellen haben, bis Dividend und Divisor gleichnamig sind. Sollte der Divisor oder der Dividend keine Dezimalen haben, so setze man neben die ganze Zahl das Komma und hänge die entsprechende

Anzahl von Nullen an. Gleichheit der Dezimalstellen ist beim Dividiren ein wesentliches Erforderniß.

Nachdem die Gleichnamigkeit hergestellt, wird, wie schon erwähnt, die Division vollzogen, wie wenn man ganze Zahlen hätte. Geht die Division mit den vorhandenen Ziffern auf, so besteht der Quotient aus lauter Ganzen. Bleibt aber ein Rest, so wird im Quotient nach den erhaltenen Ziffern das Komma gesetzt, dem Reste eine Null angehängt, und wieder dividirt; mit den etwaigen weiteren Resten wird ebenso, überhaupt jetzt so verfahren, wie wenn man einen gemeinen Bruch in einen Dezimalbruch zu verwandeln hätte. Man führt die Division der Art fort, bis sie sich aufhebt oder bis man die Anzahl von Dezimalen erhalten hat, mit welcher man den Bruch beendet sein lassen will.

Beispiele.

1) Es sei 9,62 durch 0,26 zu dividiren.

Auflösung.

Dividend und Divisor haben gleich viele Dezimalstellen, also dividire man 962 durch 26 als ganze Zahlen.

Das Resultat wird: 962 : 26 = 37.
78
―――
182
182
―――
—

Die Division hebt sich auf, folglich enthält der Quotien lauter Ganze.

2) Man dividire: 3,6 durch 1,5.

Auflösung.

Dividend und Divisor sind gleichnamig, also dividire man wieder wie mit ganzen Zahlen.

36 : 15 = 2
30
―――
6

Da ein Rest bleibt, so setze man im Quotienten nach 2 das Komma, hänge am Rest eine Nulle an und dividire weiter, also:

36 : 15 = 2,4.
30
―――
60
60
―――
—

3) Durch 1,22 soll 1,83 getheilt werden.

Auflösung.

$$1{,}83 : 1{,}22 = 183 : 122 = 1{,}5.$$

```
  122
  ———
   610
   610
   ———
    —
```

4) Man dividire 0,26 durch 0,84.

Auflösung.

Divisor und Dividend haben gleich viele Dezimalen und es wird also das Resultat:

```
84|26|0,30952 . . .
  | 0|
 ————
  260
  252
  ———
    800
    756
    ———
     440
     420
     ———
      200
      168
      ———
       32
```

Demnach: 0,26 : 0,84 = 0,30952 . . .

Der Bruch wird nach einigen Stellen sich als ein unendlicher ergeben.

5) 3,02 werde getheilt durch 0,21.

Auflösung.

Es wird:

```
21|302|14,3809 . . .
  |21 |
  ————
    92
    84
    ——
     80
     63
     ———
     170
     168
     ———
     200
```

Also: 3,02 : 0,21 = 14,3809 . . .

6) Wie oft ist 0,25 in 0,5 enthalten?

Auflösung.

Hier hat der Dividend eine Dezimalstelle; man hänge ihm also eine Null an. Es entsteht 0,50. Nun theile man

mit dem Divisor 25 in den Dividend 50. Das Resultat ist 2, dessen Richtigkeit sogleich einleuchtet, wenn man bedenkt, daß $0,25 = \frac{1}{4}$, und $0,5 = \frac{1}{2}$, und $\frac{1}{4}$ offenbar in $\frac{1}{2}$ zweimal enthalten ist.

7) Man theile 3,045 durch 0,4.

Auflösung.

Man hänge dem Divisor noch zwei Nullen an und theile, wie wenn es ganze Zahlen wären.

```
400|3045|7,61 . . .
   |2800|
 ---------
     2450
     2400
   -------
      500
```

Also 3,045 : 0,4 = 7,61 . . .

8) Dividire 3 mit 0,5.

Auflösung.

3,0 : 0,5 = 30 : 5 = 6. Weil der Dividend keine Dezimalstellen hat, so ist, um die Gleichheit der Dezimalen herzustellen, eine solche durch Anhängen von 0 zu bilden.

9) Dividire 0,5 mit 3.

Auflösung.

Hier ist nun im Divisor die Null anzuhängen, und es wird daher 0,5 : 3 = 0,5 : 3,0. Das Resultat ist: $\frac{5}{30} = \frac{1}{6}$ = 0,166 . . .

Anmerkung. Wenn der Divisor eine ganze Zahl ist, kann man sogleich, ohne die Dezimalstellen des Divisors zu ergänzen, mit dem Divisor in den Dividend theilen, d. h. man dividire zuerst die Ganzen, setze das Komma und zum Rest die Zehntel, dividire die erhaltene Zahl und verfahre dann ebenso mit den Hunderteln u. s. w.; bleibt, wenn man so bis zur letzten vorhandenen Dezimalstelle dividirt hat, noch ein Rest, so hänge man eine Null an und verfahre, wie schon in den ersteren Beispielen gezeigt worden. Z. B. 48,365 : 5 = 9,673; oder: 3,55 : 8 = 0,44375.

10) Theile 273,2 mit 100.

Auflösung.

273,2 : 100 = 273,2 : 100,0 = 2732 : 1000 = 2,732, was aus dem Obigen klar hervorgeht.

Anmerkung. Wenn der Divisor 10, 100, 1000 2c. ist, so kann man zur Abkürzung die Division ganz kurz dadurch bewerkstelligen, daß man das Komma um so viele Stellen von der Rechten zur Linken vorrückt, als der Divisor Nullen hat. (Siehe auch das 4. Beispiel der Multiplikation.)

Uebungsbeispiele.

Folgende Divisionen sollen ausgeführt werden: a) 2,072 : 3,1; b) 0,26 : 5,2; c) 128,12 : 3,2; d) 0,028 : 0,52; e) 3,29 : 1,8; f) 3795,3 : 172,02; g) 37,1 : 2,1; h) 3,2 : 0,9; i) 2,1 : 0,2734; k) 267,1 : 4; l) 8 : 0,5; m) 239 : 0,34; n) 287,12; : 1000; o) 0,016 : 4.

Es werde hier noch eine besondere Anwendung der Dezimalbrüche bei Zinsberechnungen gezeigt.

Man findet nämlich aus einem Kapital den Zins für ein Jahr, wenn man das jeweilige Kapital mit dem Dezimalbruche multiplizirt, der sich aus dem Bruche ergibt, dessen Zähler die Zahl bildet, welche die Procente angibt, zu denen das Kapital ausliegt, und der zum Nenner 100 hat. Es sei z. B. das Kapital 400 M. zu 5 Procent ausliegend, so finde ich die Zinsen, wenn ich 400 mit dem Dezimalbruche aus $\frac{5}{100} = 0,05$ multiplizire; also: $400 \times 0,05 = 20,00 =$ 20 M. Oder: 2000 M. zu $4\frac{1}{2}$ Procent ausliegend:

$$\frac{4\frac{1}{2}}{100} = \frac{9}{200} = 0,045, \text{ daher:}$$

$$2000 \times 0,045 = 90,000 = 90 \text{ M.}$$

Uebungsbeispiele der vier Rechnungsarten.

1) Zu welcher Summe wachsen 1000 M. in 18 Jahren, wenn man das Kapital zu 4 Procent verzinst und den Zins immer zum Kapital schlägt?

(Auflösung siehe in nachstehender Tabelle.)

Auflösung.

I. Jahr der Verzinsung	II. Kapital am Anfange des Jahres. ℳ	III. Zins-Berechnung.	IV. Zins. ℳ	V. Summe von Kapital u. Zins am Ende des Jahres. ℳ	Bemerkung.
1	1000	1000 × 0,04 = 40,00	40	1040	Die Dezimalstellen in Columne IV. und V. geben die Pfennige an; war die 3. Dezimale in Columne III. 5 oder darüber, so wurde die 2 um 1 erhöht.
2	1040	1040 × 0,04 = 41,60	41,60	1081,60	
3	1081,60	1081,60 × 0,04 = 43,2640	43,26	1124,86	
4	1124,86	1124,86 × 0,04 = 44,9944	44,99	1169,85	
5	1169,85	1169,85 × 0,04 = 46,7940	46,79	1216,64	
6	1216,64	1216,64 × 0,04 = 48,6656	48,67	1265,31	
7	1265,31	1265,31 × 0,04 = 50,6124	50,61	1315,92	
8	1315,92	1315,92 × 0,04 = 52,6368	52,64	1368,56	
9	1368,56	1368,56 × 0,04 = 54,7424	54,74	1423,30	
10	1423,30	1423,30 × 0,04 = 56,9320	56,93	1480,23	
11	1480,23	1480,23 × 0,04 = 59,2092	59,21	1539,44	
12	1539,44	1539,44 × 0,04 = 61,5776	61,58	1602,02	
13	1601,02	1601,02 × 0,04 = 64,0408	64,04	1665,06	
14	1665,06	1665,06 × 0,04 = 66,6024	66,60	1731,66	
15	1731,66	1731,66 × 0,04 = 69,2664	69,27	1800,93	
16	1800,93	1800,93 × 0,04 = 72,0372	72,04	1872,97	
17	1872,97	1872,97 × 0,04 = 74,9188	74,92	1947,89	
18	1947,89	1947,89 × 0,04 = 77,9156	77,92	2025,81	

2) Ein Pfarrer entlehnt zum Neubau eines Stadels bei einer Stiftung 3000 M. zu 4 % unter der Bedingung, zur Verzinsung und Schuldtilgung zugleich 20 Jahre lang jährlich 150 M. und vom 21. Jahre an jährlich 300 M. zu zahlen. Wann werden Zinsen und Kapital zugleich getilgt sein?

Auflösung.

I. Jahr.	II. Kapital am Anfang des Jahres.	III. Zinsberechnung.	IV. Zins.	V. Kapital u. Zins am Ende des Jahres.	VI. Jährliche Tilgung.	VII. Verbleibt am Kapital f. d. nächste Jahr.
1	3000	120,00	120	3120	150	2970
2	2970	118,80	118,80	3088,80	150	2938,80
3	2938,80	117,5520	117,55	3056,35	150	2906,35
4	2906,35	116,2540	116,25	3022,60	150	2872,60
5	2872,60	114,9040	114,90	2987,50	150	2837,50
6	2837,50	113,5000	113,50	2951,00	150	2801,00
7	2801,00	112,0400	112,04	2913,04	150	2763,04
8	2763,04	110,5216	110,52	2873,56	150	2723,56
9	2723,56	108,9424	108,94	2832,50	150	2682,50
10	2682,50	107,3000	107,30	2789,80	150	2639,80
11	2639,80	105,5920	105,59	2745,39	150	2595,39
12	2595,39	103,8156	103,82	2699,21	150	2549,21
13	2549,21	101,9684	101,97	2651,18	150	2501,18
14	2501,18	100,0472	100,05	2601,23	150	2451,23
15	2451,23	98,0492	98,05	2549,28	150	2399,28
16	2399,28	95,9712	95,97	2495,25	150	2345,25
17	2345,25	93,8100	93,81	2439,06	150	2289,06
18	2289,06	91,5624	91,56	2380,62	150	2230,62
19	2230,62	89,2248	89,22	2319,84	150	2169,84
20	2169,84	86,7936	86,79	2256,63	150	2106,63
21	2106,63	84,2652	84,27	2190,90	300	1890,90
22	1890,90	75,6360	75,64	1966,54	300	1666,54
23	1666,54	66,6616	66,66	1733,20	300	1433,20
24	1433,20	57,3280	57,33	1490,53	300	1190,53
25	1190,53	47,6212	47,62	1238,15	300	938,15
26	938,15	37,5260	37,53	975,68	300	675,68
27	675,68	27,0272	27,03	702,71	300	402,71
28	402,71	16,1084	16,11	418,82	300	118,82
29	118,82	4,7528	4,75	123,57	123,57	—

Zur Uebung.

3) Man setze die Rechnung 1. bis zum 40sten Jahre fort.

4) Wie lange hätte in Beispiel 2. die Zahlung gedauert, wenn immer 150 M. bezahlt worden wären?

5) Wie hoch wachsen 100 Mark mit den Zinseszinsen in 15 Jahren, wenn man eine 5procentige Verzinsung annimmt?

6) Wie hoch wachsen 100 Mark in 15 Jahren bei 3procentiger Verzinsung?

(Bei den zwei letzten Rechnungen gebraucht man die Faktoren 0,05 und 0,03, wie von selbst klar ist.)

7) Wie groß ist die Summe der Zinsen vom ersten bis zum letzten Jahre in jedem der Beispiele, sowohl nach Rubrik III. als nach Rubrik IV.?

Zweites Kapitel.

Quadrat und Quadratwurzel, Kubus und Kubikwurzel, Gleichungen.

§. 9.

Quadrat und Quadratwurzel.

Wenn man eine Zahl mit sich selbst multiplizirt, so heißt man das Produkt das Quadrat dieser Zahl, oder die zweite Potenz der Zahl. Z. B. $6 \times 6 = 36$. 36 ist das Quadrat von 6. $8 \times 8 = 64$. 64 ist das Quadrat von 8. Diese Operation heißt man „zum Quadrat erheben" oder „quadriren". Umgekehrt heißt die Zahl, welche mit sich selbst multiplizirt das Quadrat erzeugt, die Wurzel des Quadrats oder die Quadratwurzel. So ist 6 die Quadratwurzel von 36, 8 die Quadratwurzel von 64.

Das	Quadrat	von	1	ist	1,
das	"	"	2	"	4,
"	"	"	3	"	9,
"	"	"	4	"	16,
"	"	"	5	"	25,
"	"	"	6	"	36,
"	"	"	7	"	49,
"	"	"	8	"	64,
"	"	"	9	"	81,
"	"	"	10	"	100.

Umgekehrt:

Die	Quadratwurzel	von	1	ist	1,
die	"	"	4	"	2,
"	"	"	9	"	3,
"	"	"	16	"	4,
"	"	"	25	"	5,
"	"	"	36	"	6,
"	"	"	49	"	7,
"	"	"	64	"	8,
"	"	"	81	"	9,
"	"	"	100	"	10.

Es heißt demnach aus einer gegebenen Zahl die Quadratwurzel ausziehen nichts Anderes, als jene Zahl finden, die mit sich selbst multiplizirt die gegebene Zahl erzeugt hat.

Zwischen 1 und 100 incl. gibt es nur die 10 angeführten ganzzahligen Quadratwurzeln. Wenn man aus einer anderen ganzen Zahl zwischen 1—100, als den oben genannten, die Quadratwurzel auszieht, so bekommt man eine ganze Zahl plus einen unendlichen Dezimalbruch.

Soll z. B. aus 42 die Quadratwurzel ausgezogen werden, so wird man einsehen, daß die Quadratwurzel zwischen 6 und 7 fallen muß, denn 6 mal 6 ist 36, und 7 mal 7 ist 49. Man wird also sagen: Die Quadratwurzel von 42 ist 6 und irgend ein Bruch. Aber was für ein Bruch? Ein gemeiner Bruch, z. B. $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{7}$, u. s. w. kann es nicht sein, denn 6 und ein gemeiner Bruch wäre eine endliche, abgeschlossene Zahl. Nun gibt es aber keine endliche Zahl, welche mit sich selbst multiplicirt 42 erzeugt.

Ein Ausdruck wie z. B. 3 + 4 ist eine angezeigte Summe und besagt nichts Anderes, als: es soll 3 zu 4 addirt werden. Eine solche angezeigte Summe von zwei Summanden nennt man Binomium. Verlangt man, es sei 7 zum Quadrat zu erheben, so wird dieses

leicht geschehen sein: Das Quadrat von 7 ist 49. Anders verhält es sich aber, wenn man verlangt, es sei die oben angezeigte Summe zu quadriren, und zwar ohne sie vorher in eine wirkliche Summe verwandelt zu haben.

Es soll nun die Regel zu einer solchen Quadrirung gesucht werden, und hiezu diene das Binomium (3 + 4).

Es wird dieses Binomium mit sich selbst in folgender Weise multiplizirt:

$$\begin{array}{l} 3 + 4 \\ 3 + 4 \\ \hline 3 \times 3 + 3 \times 4 \\ \qquad\quad + 3 \times 4 + 4 \times 4 \\ \hline \end{array}$$

Es wurden zuerst mit dem Summanden 3 des Multiplikators die beiden Summanden des Multiplikands multiplizirt; die Multiplikation wurde aber nicht ausgeführt, sondern nur angezeigt. Sodann wurden mit dem Summanden 4 des Multiplikators ebenfalls die beiden Summanden des Multiplikands multiplizirt, auch wieder nur unter Anzeigen der Multiplikation. Aus dem gewonnenen Resultate ist nun das Quadrirungsgesetz des Binomiums zu finden.

Man betrachte das Resultat. Es sind in demselben vier Summanden. Der erste Summand ist 3 mit sich selbst multiplizirt, d. h. das Quadrat von 3; der zweite und dritte Summand, hier untereinander gesetzt, sind gleich, nämlich 3 mit 4 multiplizirt. Man kann beide Summanden vereinigen und sagen: Das Produkt von „3 mit 4“ 2 mal genommen; der vierte Summand ist 4 mit sich selbst multiplizirt oder „das Quadrat von 4.“

Nennen wir nun 3 den „ersten Theil,“ 4 den „zweiten Theil“ des Binomiums, so besteht das Resultat: 1) aus dem Quadrate des ersten Theiles; 2) aus dem Produkte des ersten Theils in den zweiten Theil, dieses Produkt 2 mal genommen (= mit 2 multiplizirt); 3) aus dem Quadrate des zweiten Theils. Diese Bestandtheile werden addirt. Das ist das Gesetz eines jeden

Binomiums. Wenn man dieses Gesetz kurz mit Buchstaben ausdrückt, so haben wir folgende Formel:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2\,ab + b^2.$$

Auf der linken Seite des Gleichheitszeichens ist verlangt, daß der zweitheilige, d. h. aus zwei Theilen bestehende, Ausdruck zum Quadrat erhoben werden soll; auf der rechten Seite des Gleichheitszeichens ist ausgeführt, wie oben in Worten gegeben worden.

Von der Richtigkeit wird man sich leicht überzeugen: 3 + 4 ist 7, und 7 zum Quadrat erhoben gibt 49. Man summire nun das gewonnene Resultat.

Das Quadrat von 3 ist	9
Das Produkt von 3 mit 4 ist 12 und dieses 2 mal genommen gibt . . .	24
Das Quadrat von 4 ist	16
Dies summirt gibt . .	49.

Beispiele.

Es werde die Zahl 16 und 17 zum Quadrat erhoben und zwar als ein Binomium.

$$16^2 = (10 + 6)^2 = 10 \times 10 + 2 . 10 \times 6 + 6 \times 6 = 100 + 120 + 36 = 256; \text{ oder:}$$

$$16^2 = (9 + 7)^2 = 9 \times 9 + 2 . 9 \times 7 + 7 \times 7 = 81 + 126 + 49 = 256.$$

$$17^2 = (5 + 12)^2 = 5 \times 5 + 2 . 5 . 12 + 12 \times 12 = 25 + 120 + 144 = 289$$

u. s. w.

Das Nämliche gilt von einer angezeigten Summe von drei Summanden (Trinomium), nur daß zur Erleichterung zwei Summanden in Klammern eingeschlossen und wie eine Zahl Anfangs behandelt werden, wodurch dieser Fall auf das Binomium zurückgeführt wird.

Z. B. (3 + 4 + 6) soll quadrirt werden.

$$(3 + 4 + 6)^2 = (3 + 4)^2 + 2 . (3 + 4) \times 6 + 6^2$$

Die angezeigte Quadrirung des ersten Theils wird nun ausgeführt, ohne daß man wirklich multiplizirt.

$$(3 + 4 + 6)^2 = 3^2 + 2 . 3 \times 4 + 4^2 + 2 . (3 + 4) \times 6 + 6^2$$

Mit Worten: Das Quadrat einer dreitheiligen Größe ist gleich: 1) dem Quadrate des ersten Theils, hier 3^2; 2) dem doppelten Produkte des ersten Theils in den zweiten, hier

2 mal das Produkt 3×4; 3) dem Quadrate des zweiten Theils, hier 4^2; ferner 4) dem doppelten Produkte des ersten und zweiten Theils in den dritten Theil, $2 . (3 + 4) \times 6$. $3 + 4$ ist die angezeigte Summe des ersten und zweiten Theils, 6 ist der dritte Theil; endlich 5) dem Quadrate des dritten Theils, hier 6^2. Dieses Alles summirt, gibt das verlangte Quadrat des gegebenen Trinomiums, nämlich:

$$\begin{array}{rl} 3^2 = & 9 \\ 2 . 3 \times 4 = & 24 \\ 4^2 = & 16 \\ 2 . (3 + 4) . 6 = 2 . 7 \times 6 = & 84 \\ 6_2 = & 36 \\ \hline & 169 \end{array}$$

Es ist $(3 + 4 + 6)^2 = 13^2 = 169$.

Allgemein hat man:

$$(a + b + c)^2 = a^2 + 2\,ab + b^2 + 2\,(a + b)\,c + c^2.$$

In der Quadrirung des Binomiums ist nun auch die Regel enthalten zum

Ausziehen der Quadratwurzel.

Daß aus einer Zahl die Quadratwurzel ausgezogen werden soll, deutet man dadurch an, daß vor die Zahl das Zeichen $\sqrt{\ }$ gesetzt wird. Z. B. $\sqrt{36}$ heißt: Man suche die Zahl, die mit sich selbst multiplizirt 36 gibt. Da nach Obigem das Quadrat von $6 = 6^2 = 36$ ist, so ist die Quadratwurzel aus $36 = \sqrt{36} = 6$.

Um die Quadratwurzel aus einer Zahl auszuziehen, theilt man diese Zahl von der Rechten zur Linken in Klassen der Art, daß in eine Klasse zwei Ziffern kommen; nur die letzte Klasse links kann auch eine Ziffer haben. Z. B. $\sqrt{98525}$ wird eingetheilt: 9|85|25. So viele Klassen die Zahl hat, aus der die Wurzel ausgezogen werden soll, so viele Ziffern bekommt die Wurzel. Der obige Radikand*) hat drei Klassen; seine Wurzel bekommt daher drei Ziffern.

*) Man nennt die Zahl, aus der die Wurzel ausgezogen werden soll, mit einem Worte „Radikand“.

Die ganze Operation des Quadratwurzel-Ausziehens soll nun an Beispielen gezeigt werden.

Erstes Beispiel.

Es werde aus der Zahl 1296 die Quadratwurzel ausgezogen, also: $\sqrt{1296}$.

1) Man theile die Zahl von der Rechten zur Linken in Klassen zu zwei Ziffern: 12|96. Die Wurzel wird mithin zwei Ziffern bekommen.

2) Nun suche man die Quadratwurzel der ersten Klasse links. Ohne vieles Besinnen sieht man sogleich, daß die Quadratwurzel von 12 zwischen 3 und 4 liegt. Man nehme die kleinere Zahl 3, und schreibe:

$\sqrt{12|96} = 36.$
9 ʹʹ
Dividend = 39 Divisor = 6
36
36
36
0

Die Zahl 3 ist der erste Theil. Dieser erste Theil wird nun quadrirt, unter 12 geschrieben und abgezogen. Der Rest ist 3. Zu diesem wird die nächste Zahl (Ziffer) 9 herabgesetzt, was nun 39 erscheinen läßt. Diese Zahl 39 ist ein Dividend, für den der Divisor gesucht werden muß. Diesen findet man stets, wenn man den gefundenen Theil doppelt nimmt. Der gefundene Theil ist 3, 2 mal 3 ist 6. 6 ist der Divisor; 6 in 39 geht 6 mal. Die Ziffer 6 wird oben neben 3 geschrieben. Hierauf multiplizirt man mit dem Quotienten 6 den Divisor 6: 6 mal 6 ist 36, was unter 39 gesetzt und sodann abgezogen wird und mithin 3 zum Rest läßt. Zu diesem Rest wird nun die letzte Ziffer der zweien Klasse — 6 — wodurch die Zahl 36 erscheint. Es muß nun der zweite gesetzt, Theil 6 noch zum Quadrat erhoben und von dieser letzten Zahl abgezogen werden, wodurch sich als Rest 0 ergibt. Damit ist die Quadratwurzel aus 1296 ausgezogen; sie ist 36. Der erste Theil ist 3 (eigentlich 30) und der zweite 6.

Zweites Beispiel.

$\sqrt{22|09} = 47.$
16
Dividend = 60 Divisor = 8
56
49
49
0

Aus 22 ist die nächstgelegene Wurzel 4 (aus 16); 4 zum Quadrat erhoben und von der ersten Klasse abgezogen läßt 6 als Rest, zu dem die nächste Ziffer 0 herabkömmt. Der gebildete Dividend ist 60. Den Divisor findet man, wenn man den ersten Theil doppelt nimmt. $4 \times 2 = 8$. 8 in 60 geht 7 mal. Quotient und Divisor multiplizirt:

7 mal 8 = 56. Abgezogen und letzte Ziffer herabgesetzt, gibt 49, wovon das Quadrat des zweiten Theiles abgezogen wird. Rest 0. Die Wurzel von 2209 ist 47, denn 47 × 47 = 2209.

Drittes Beispiel.

$\sqrt{41|34|49} = 643$
36
I. Dividend = 53 I. Divisor = 12
(der 2. Klasse.) 48
54
16
II. Dividend = 384 II. Divisor = 128
(der 3. Klasse.) 384
— 9
9
0.

Quadratwurzel der ersten Klasse ist 6. Quadrirt und abgezogen, bleibt 5. 3 herabgesetzt, ergibt sich als Dividend der zweiten Klasse 53; der Divisor hiezu ist 6 × 2 = 12. 12 in 53 geht 4 mal. Multiplizirt und abgezogen, bleibt 5. Die zweite Zahl der zweiten Klasse herabgesetzt und von 54 das Quadrat des eben gefundenen Theiles abgezogen: 16 von 54 bleibt als Rest 38. Hiemit ist die zweite Klasse fertig. Wir gehen an die dritte Klasse und setzen ihre erste Ziffer, nämlich 4, neben den vorhandenen Rest 38, und erhalten dadurch den Dividenden der dritten Klasse = 384. Der Divisor für diesen Dividenden ist 64 × 2 = 128, nämlich die gefundenen zwei Theile (als ganze Zahl betrachtet) doppelt genommen. 128 in 384 geht 3 mal, 3 mal 128 ist 384. Abgezogen, bleibt 0. Die zweite Ziffer der Klasse herabgesetzt und den letzten Theil quadrirt und abgezogen, womit die Operation zu Ende ist.

Wenn man diese drei Beispiele mit Aufmerksamkeit einige Mal durcharbeitet, so wird man erkennen, daß das Quadratwurzel-Ausziehen einige Aehnlichkeit mit dem gewöhnlichen Dividiren diren hat. Immerhin ist es aber in einigen Punkten wesenteich davon verschieden. Als Eigenthümlichkeiten sind zu merken:

1) Aus der ersten Klasse wird die Quadratwurzel immer unmittelbar gefunden.
2) Für jede Klasse wird ein eigener Dividend und ein eigener Divisor gebildet. In jeder Klasse wird zweimal subtrahirt.
3) Der Dividend wird dadurch gebildet, daß man an den vorhandenen Rest die erste Ziffer der in Angriff genommenen Klasse herab setzt; der Divisor dadurch, daß man die durch die Rechnung bereits gefundenen Theile verdoppelt.

4) Zweimal wird in jeder Klasse subtrahirt. Einmal, wie bei einer gewöhnlichen Division, das Produkt des Quotienten in den Divisor, und das zweite Mal das Quadrat des eben für die fragliche Klasse gefundenen Theiles.

Viertes Beispiel.

$$\sqrt{7|86|53} = 280$$

```
         √7|86|53 = 280
          4|  |
I. Dividend = 38  I. Divisor = 2 × 2 = 4
              32
              --
              66
              64
              --
II. Dividend = 25  II. Divisor = 28 × 2 = 56
               00
              ---
              253
              000
              ---
              253.
```

I. Divisor: 2 × 2 = 4. Man möchte es 9 mal gehen lassen, allein in Berücksichtigung, daß auch das Quadrat des gefundenen Theils abgezogen werden muß, kann man es nur 8 mal gehen lassen.

II. Divisor: 28 × 2 = 56. Geht 0 mal. Endesrest 253.

Der große Rest darf nicht auffallen. Die Operation war ganz richtig, wie die Probe beweist. Man multiplizire 280 mit sich selbst und addire den Rest dazu, so erhält man als Beweis der Richtigkeit die Zahl unter dem Wurzelzeichen, nämlich 78653.

Was mit einem solchen Reste anzufangen ist, soll gezeigt werden durch das

fünfte Beispiel.

Wir bleiben sogleich bei dem obigen Beispiel und fahren mit dem Reste fort.

$$\sqrt{7|86|53} = 280,45\ldots$$

```
       √7|86|53 = 280,45...
        4|  |
        --
        38
        32
        --
        66
        64
        ----
III. Dividend = 2530  III. Divisor : 280 × 2 = 560
                2240
                ----
                2900
                  16
               -----
IV. Dividend = 28840 IV. Divisor : 2804 × 2 = 5608
               28040
               -----
                 800.
```

Die Rechnung wird nämlich mit Dezimalen fortgesetzt. — Man setze an die Reste Nullen, wobei jedoch zu beachten ist, daß hier nicht das Anhängen von nur einer Null genügend ist, sondern daß stets 2 Nullen (eine weitere Klasse) in Rechnung gezogen werden müssen. — Der nächste, nämlich dritte Divisor ist $280 \times 2 = 560$. Geht 4 mal.

IV. Divisor. $280{,}4 \times 2 = 5608$. Geht 5 mal. (Auf das Komma wird hier nicht geachtet.) Die Rechnung ist nicht weiter mehr fortgesetzt; wollte man dieses thun, so müßten vorerst weitere 2 Nullen wieder zugesetzt werden.

Man sieht, daß der große Rest 253, insoweit die Rechnung fortgesetzt wurde, sich nur auf den Dezimalbruch 0,45 . . entzifferte; 1, d. h. ein Ganzes, kann er nie erreichen.

Sechstes Beispiel.

$$\sqrt{2|35|67} = 153{,}515\ldots$$

```
                    1
                  ------
I. Dividend   =   13      I. Divisor = 2
                  10
                  ------
                   35
                   25
                  ------
II. Dividend  =   106     II. Divisor = 30
                   90
                  ------
                  167
                    9
                  ------
III. Dividend =   1580    III. Divisor = 306
                  1530
                  ------
                    500
                     25
                  ------
IV. Dividend  =    4750   IV. Divisor = 3070
                   3070
                  -------
                   16800
                       1
                  -------
V. Dividend   =   167990  V. Divisor = 30702
                  153510
                  -------
                   144800
                       25
                  -------
                   144775
```

Siebentes Beispiel.

Es sei die Quadratwurzel aus 11 auszuziehen:

$$\sqrt{11} = 3{,}316\ldots$$

9
20 : 6
18
20
9
110 : 66
66
440
1
4390 : 662

Hat man die Quadratwurzel aus einem *gemeinen Bruche* zu ziehen, so zieht man die Wurzel aus Zähler und Nenner besonders und dividirt dann die erste Wurzel durch die letztere; oder man verwandelt den gemeinen Bruch in einen Dezimalbruch und zieht aus diesem die Wurzel.

Aus einem *Dezimalbruch* wird die Quadratwurzel ausgezogen, wie aus ganzen Zahlen; nur muß bei dem Abtheilen in Klassen zu zwei Stellen darauf Rücksicht genommen werden, daß ein Theilzeichen jedes Mal mit dem Dezimalstrich zusammenfalle. Es muß demnach, wenn der gegebene Dezimalbruch eine ungerade Anzahl von Dezimalstellen hat, durch Anhängen einer Null eine gerade Anzahl geschaffen werden. In der Wurzel selbst ist der Dezimalstrich da zu machen, wenn die Klasse herabgesetzt wird, welche die ersten Dezimalstellen enthält.

Achtes Beispiel.

$$\sqrt{6{,}353} = \sqrt{6{,}|35|30} = 2{,}520\ldots$$

4
23 : 4
20
35
25
103 : 50
100
30
4
260 : 504

Aufgabe.

Der Inhalt eines Quadrats sei 1849 Quadrat-Meter, wie groß ist die Seite des Quadrats?

Auflösung.

Bezeichnet man diese Seite mit x, so ist, da $x^2 = 1849$ Quadratmeter:

$$x = \sqrt{18|49} = 43 \text{ Meter}$$

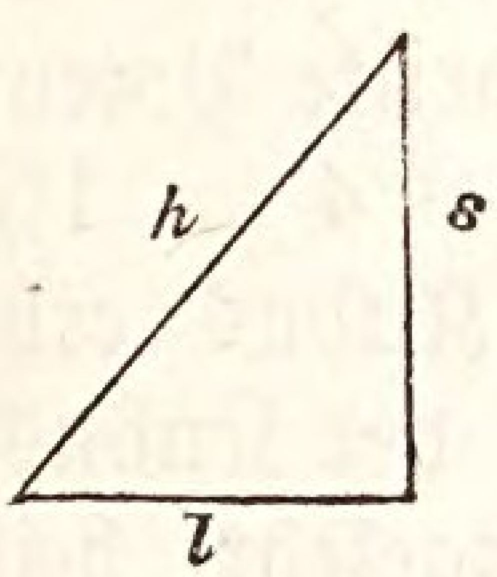
16
———
24
24
———
—9
9
———
—

Die Seite ist demnach = 43 Meter.

Aufgabe.

Die Dachrinne eines Hauses ist 9 Meter vom Boden; es soll eine Leiter so aufgestellt werden, daß sie am Boden 3 Meter von der Mauer entfernt ist; wie lang muß die Leiter sein, daß sie die Dachrinne erreicht?

Bevor an die Auflösung dieser Aufgabe gegangen wird, werde Folgendes vorausgeschickt:



Die nebenstehende Figur ist ein rechtwinkeliges Dreieck, dessen beide Seiten s und l, welche den rechten Winkel bilden, die Katheten heißen, während die dritte, dem rechten Winkel gegenüber liegende Seite h, die Hypothenuse genannt wird. Schon der Weltweise Pythagoras hat gefunden, daß, wenn man die 3 Seiten eines rechtwinkeligen Dreiecks ganz genau nach dem nämlichen Maße mißt und jede der gefundenen Längen zum Quadrat erhebt, das Quadrat von der längern Seite, von h, allein so groß ist, als die Quadrate von s und l zusammen genommen. Z. B. wenn l 3 Decimeter und s 4 Decimeter mißt, so muß h nothwendig 5 Decimeter haben, denn das Quadrat von 3 ist 9, das von 4 ist 16; die Summe dieser beiden Quadrate ist 25; da das Quadrat von h allein so groß sein muß, so muß h 5 Decimeter messen, da das Quadrat von 5 ja 25 ist. Diese Wahrheit (der sogenannte pythagoräische Lehrsatz) wird also ausgesprochen: Das Quadrat der Hypothenuse ist gleich der Summe der Quadrate der beiden Katheten, $h^2 = s^2 + l^2$. Weiß man also im rechtwinkeligen Dreieck die Länge von zwei Seiten, so kann man durch diesen Satz die Länge der dritten Seite finden.

Um nun zu der gegebenen Aufgabe zurückzukehren, so ist hier die Leiter die Hypothenuse; also $h^2 = 9^2 + 3^2 = 81 + 9 = 90$.

Man zieht nun auf beiden Seiten die Quadratwurzel aus, und erhält dadurch:

```
h = √90 = 9,48 Meter
    81
    ――
     90 : 18
     72
    ―――
    180
     16
    ――――
    1640 : 188
    1504
    ――――
     1360
       64
    ――――
     1296
```

Die Leiter muß also 9 m 48 cm lang sein.

§. 10.

Kubus und Kubikwurzel.

Wird eine Zahl dreimal als Faktor gesetzt und so mit sich multiplizirt, so erhält man die dritte Potenz oder den Kubus der Zahl. Z. B. $4 \times 4 \times 4 = 16 \times 4 = 64$. Die Operation heißt „zum Kubus erheben" oder „Kubiren". Im Allgemeinen wird der Kubus einer Zahl bezeichnet durch a^3, 4^3, 8^3. Umgekehrt heißt die Zahl, welche dreimal mit sich selbst multiplizirt den Kubus erzeugt, die Kubikwurzel; so ist 4 die Kubikwurzel von 64.

Die dritten Potenzen oder Kubus der einfachen Zahlen sind:

von 1 = 1	von 4 = 64	von 7 = 343
„ 2 = 8	„ 5 = 125	„ 8 = 512
„ 3 = 27	„ 6 = 216	„ 9 = 729

Von der Zahl 10 ist der Kubus 1000.

Umgekehrt ist nun:

1 die Kubikwurzel von 1
2 „ „ „ 8
3 „ „ „ 27

4	die	Kubikwurzel	von	64
5	„	„	„	125
6	„	„	„	216
7	„	„	„	343
8	„	„	„	512
9	„	„	„	729
10	„	„	„	1000

Um anzuzeigen, daß aus einer Zahl die Kubikwurzel ausgezogen werden soll, setzt man vor dieselbe das Zeichen $\sqrt[3]{\ }$; also: $\sqrt[3]{81}$ heißt, daß aus der Zahl 81 die Kubikwurzel auszuziehen sei.

Auf die Operation des Ausziehens der Kubikwurzel übergehend, wird es geboten sein, zunächst wieder den Kubus eines Binomiums sich herzustellen. Es sei $(2 + 3)$ zur dritten Potenz zu erheben, zu kubiren.

Nehmen wir zuvörderst allgemeine Zahlzeichen und bezeichnen 2 mit a und 3 mit b, so haben wir:

$(a + b)^3 = (a + b)(a + b)(a + b) = (a + b)^2 (a + b)$

$(a + b)^2$ wissen wir bereits; es ist $= a^2 + 2\ ab + b^2$.

Das Quadrat ist also nochmals zu multiplizieren mit $(a + b)$, demnach:

$$
\begin{array}{l}
a^2 + 2\ ab + b^2 \\
a + b \\
\hline
a \,.\, a^2 + a \,.\, 2\ ab + a \,.\, b^2 \\
\qquad + b \,.\, a^2 + b \,.\, 2\ ab + b \,.\, b^2 \\
\hline
a^3 + 2\ a^2\ b + a \,.\, b^2 \\
\quad +\ a^2\ b + 2\ a \,.\, b^2 + b^3 \\
\hline
a^3 + 3\ a^2\ b + 3\ a \,.\, b^2 + b^3
\end{array}
$$

Es ist also das Quadrat von $(a + b)$ zuerst mit der Zahl a, dann mit der Zahl b multiplizirt worden; dadurch entstand der Kubus der Zahl a, sowie der der Zahl b; ferner der Zahlenausdruck $a^2\ b$ und ab^2, je einmal mit dem Faktor 2 und dem Faktor 1 (nämlich $a^2\ b = 1\ a^2\ b$ 2c.); als gleichnamig konnten diese Aus-

drücke zusammengefaßt, addirt werden, mithin erhielt man $3a^2b$ und $3ab^2$.

Betrachtet man nun das Resultat, so erkennt man, daß der Kubus eines Binomiums besteht aus:

1) dem Kubus des ersten Theiles . . . $= a^3$
2) dem dreifachen Produkte des Quadrats des ersten Theils in den einfachen zweiten Theil . . . . $= 3a^2b$
3) dem dreifachen Produkte des einfachen ersten Theils in das Quadrat des zweiten Theils . . . . $= 3ab^2$
4) dem Kubus des zweiten Theils . . . $= b^3$

Wir haben also für den Kubus eines jeden Binoms $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$, daher für unser Beispiel in Zahlen:

$$(2 + 3)^3 = 2^3 + 3 . 2^2 . 3 + 3 . 2 . 3^2 + 3^3$$
$$= 8 + 36 + 54 + 27 = 125.$$

Es ist auch $(2 + 3)^3 = 5^3 = 125$.

Um aus einer Zahl die Kubikwurzel auszuziehen, theile man die Zahl von der Rechten zur Linken in Klassen von **drei** Zifferstellen, wobei die erste Klasse zur Linken drei-, zwei- oder einzifferig werden kann. So viele Klassen, so viele Zifferstellen erhält die Wurzel.

Erstes Beispiel.

Es sei nun aus 24389 die Kubikwurzel auszuziehen. Man hat:

$\sqrt[3]{24|389}$; die Wurzel wird daher zweizifferig.

Das weitere Verfahren ist nun:

$$\sqrt[3]{24|389} = 29$$

```
           8
(Dividend) 163 : 12 (= 3 . 2²) (Divisor)
           108 (= 12 . 9)
            558
            486 (= 3 . 2 . 9²)
             729
             729 (= 9³)
             —
```

Nach vollzogener Eintheilung in Klassen wird für die erste Klasse, da diese nicht ein reiner Kubus ist, die nächstniedrige Kubikwurzel genommen, nämlich 2 als die Kubikwurzel von 8 (der nächst höhere Kubus wäre 27, woraus die Wurzel 3); hierauf wird der Kubus derselben (8) von 24 subtrahirt, was zum Rest 16 gibt, zu welchem die erste Ziffer der zweiten Klasse (3) herabgesetzt und in die so erhaltene Zahl mit dem dreifachen Quadrate von 2 dividirt wird, was zum Quotienten 9 gibt, der zu der ersten Kubikwurzel (2) gesetzt wird; hierauf wird von der Zahl 12 . 9 = 108 — das dreifache Produkt des Quadrats des ersten Theils in den einfachen zweiten Theil — subtrahirt, was den Rest 55 gibt, zu dem nun die zweite Ziffer der zweiten Klasse (8) herabgesetzt wird, wodurch 558 entsteht, von welcher Zahl 486 — das dreifache Produkt des einfachen ersten Theils in das Quadrat des zweiten Theils — subtrahirt wird; zu dem so erhaltenen Reste (72) kommt die letzte Ziffer der zweiten Klasse (9); von der dadurch entstandenen Zahl 729 wird nun der Kubus des zweiten Theils $9^3 = 729$ subtrahirt.

Zweites Beispiel.

$\sqrt[3]{105|154|048} = 472$
64
I. Dividend 411 : 48 ($= 3 . 4^2$) I. Divisor
336 ($= 7 \times 48$)
755
588 ($= 3 . 4 . 7^2$)
1674
343 ($= 7^3$)
II. Dividend 13310 : 6627 ($= 3 . 47^2$) II. Divisor.
13254
564
564 ($= 3 . 47 . 2^2$)
8
8 ($= 2^3$)
—

Die Wurzel wird eine dreizifferige. Der 105 zunächst gelegene Kubus ist 64, woraus die Kubikwurzel = 4; diesen Kubus von 105 subtrahirt gibt zum Rest 41, zu dem die erste Ziffer der zweiten Klasse (1) herabgesetzt wird, welche Zahl nunmehr den I. Dividend gibt, zu dem der Divisor das dreifache Quadrat des ersten Theils (4) wird. Die Division gibt den Quotienten 7, den zweiten Theil.

Von dem Dividend 411 das dreifache Produkt des Quadrats des ersten Theils in den einfachen zweiten Theil, das ist 336, subtrahirt, läßt zum Rest 75, zu dem die zweite Ziffer der zweiten Klasse (5) herabkömmt, von welcher Zahl das dreifache Produkt des einfachen ersten Theils in das Quadrat des zweiten Theils (588) subtrahirt wird, wodurch der Rest 167 entsteht, zu dem die dritte Ziffer der zweiten Klasse (4) herabgesetzt und von welcher Zahl sodann der Kubus des zweiten Theils (343) subtrahirt wird. Zu dem dadurch entstandenen Reste die erste Ziffer der dritten Klasse (0) herabgesetzt, gibt den II. Dividend, zu welchem der Divisor das dreifache Quadrat des ersten Theils, der nunmehr 47 ist, wird. Die Operation wird nun wie nach der I. Division fortgesetzt, nur daß 47 immer als der erste Theil und der neue Quotient 2 als der zweite Theil genommen wird.

Läßt sich die Kubikwurzel aus einer gegebenen Zahl nicht wirklich ausziehen, so wird, wie bei der Quadratwurzel, in diesen Fällen der Werth annähernd dadurch bestimmt, daß zu dem zuletzt bleibenden Reste Nullen angehängt werden — und zwar in Klassen zu je 3 — und nun mit Dezimalen ganz in der bisherigen Weise die Rechnung fortgesetzt wird.

Drittes Beispiel.

$\sqrt[3]{687} = 8,82\ldots$
512 $(= 8^3)$
I. Dividend 1750 : 192 $(= 3 \cdot 8^2)$ I. Divisor
1536 $(= 3 \cdot 8^2 \cdot 8)$
2140
1536 $(= 3 \cdot 8 \cdot 8^2)$
6040
512 $(= 8^3)$
II. Dividend 55280 : 23232 $(= 3 \cdot 88^2)$
46464 $(= 2 \cdot 23232)$
88160
1056 $(= 3 \cdot 88 \cdot 2^2)$
871040
8 $(= 2^3)$
871032

Zu dem letzten Rest eine weitere 0 gesetzt — bezw. eine weitere Klasse in Rechnung gezogen — gäbe den III. Dividend, zu dem der Divisor $3 \cdot 882^2$ — 882 als erster Theil nunmehr betrachtet — würde.

Hat man die Kubikwurzel aus einem gemeinen Bruche auszuziehen, so verfährt man ebenso wie beim Ausziehen der Quadratwurzel aus einem solchen Bruche; es wird die Kubikwurzel sowohl aus dem Zähler als dem Nenner besonders ausgezogen und dann die erstere Wurzel durch die letztere dividirt; oder es wird der gemeine Bruch zuvor in einen Dezimalbruch verwandelt und dann aus diesem die Kubikwurzel ausgezogen.

Das Ausziehen der Kubikwurzel aus einem Dezimalbruche geschieht wie aus einer ganzen Zahl, nur muß wieder bei dem Abtheilen in Klassen zu drei Stellen darauf Rücksicht genommen werden, daß ein Theilzeichen jedes Mal mit dem Dezimalstrich zusammenfällt. Hat der Dezimalbruch eine nicht durch 3 theilbare Anzahl von Dezimalstellen, so müssen so viele Nullen angehängt werden, daß 3, 6, 9 ꝛc. Dezimalstellen entstehen. Wie beim Ausziehen der Quadratwurzel, ist in der Wurzel der Dezimalstrich stets da zu machen, wenn mit der Klasse, welche die ersten Dezimalstellen enthält, herabzusetzen begonnen wird.

Viertes Beispiel.

Es sei aus dem Dezimalbruche 3,944312 die Kubikwurzel auszuziehen.

Auflösung.

Der Bruch hat 6 Dezimalstellen, daher:

$$\sqrt[3]{3,|944|312} = 1,58$$

1

I. $29 : (3 \cdot 1^2 = 3)$

$15 \; (= 3 \cdot 5)$

144

$75 \; (= 3 \cdot 1 \cdot 5^2)$

694

$125 \; (= 5^3)$

II. $5693 : (3 \cdot 15^2 = 675)$

$5400 \; (= 675 \cdot 8)$

2931

$2880 \; (= 3 \cdot 15 \cdot 8^2)$

512

$512 \; (= 8^3)$

—

Fünftes Beispiel.

$$\sqrt[3]{28{,}25}$$

Auflösung.

Der Dezimalbruch hat nur 2 Dezimalstellen, daher sind dieselben zunächst auf 3 zu ergänzen.

$\sqrt[3]{28|250} = 3{,}045\ldots.$

27

I. 12 : $(3 \,.\, 3^2 = 27)$

0 $(= 27 \,.\, 0)$

125

0 $(= 3 \,.\, 3 \,.\, 0^2)$

1250

0 $(= 0^3)$

II. 12500 : $(3 : 30^2 = 2700)$

10800 $(= 2700 \,.\, 4)$

17000

1440 $(= 3 \,.\, 30 \,.\, 4^2)$

155600

64 $(= 4^3)$

III. 1555360 : $(3 \,.\, 304^2 = 277248)$

1386240 $(= 277248 \,.\, 5)$

1691200

22800 $(= 3 \,.\, 304 \,.\, 5^2)$

16684000

125 (5^3)

16683875

Vom III. Dividend an wurde eine weitere Klasse — 3 Nullen — in Rechnung gezogen.

Aufgabe.

Der Inhalt eines Würfels ist 50653 Kubikmeter; wie groß ist die Seite desselben?

Auflösung.

Bezeichnen wir die Seite des Würfels mit x, so ist, da $x^3 = 50653$:

$x = \sqrt[3]{50|653} = 37$

27

236

189

475

441

343

343

—

Die Seite des Würfels ist mithin = 37 Meter.

Aufgabe.

Es soll ein kubischer Behälter von gleicher Länge, Breite und Tiefe angefertigt werden, der 3,375 Kubikmeter hält. Wie groß hat jede der drei Dimensionen zu sein?

Auflösung.

Da der fragliche Behälter einen hohlen Würfel darstellt, so findet man die Größe einer Dimension, wenn man aus der Zahl, welche den Kubikinhalt angibt, die Kubikwurzel auszieht. Es ist demnach, wenn x die Dimension bezeichnet:

$$
\begin{array}{l}
x = \sqrt{3, | 375} = 1,5 \\
\quad 1 \\
\hline
\quad 23 \\
\quad 15 \\
\hline
\quad 87 \\
\quad 75 \\
\hline
\quad 125 \\
\quad 125 \\
\hline
\end{array}
$$

Der Behälter muß demnach eine Länge, Breite und Tiefe von je 1,5 Meter zu haben.

§. 11.

Gleichungen des ersten Grades mit einer unbekannten Größe.

A. Angezeigte und ausgeführte Rechnungs-Operationen.

Es ist oft vortheilhaft, Rechnungsoperationen nur anzuzeigen, nicht auszuführen. Ein solcher Fall war bereits oben bei Entwicklung des Quadrirungs- und Kubirungsgesetzes eines Binomiums. Man wählt hiebei statt der Ziffern, welche stets eine bestimmte Zahl bedeuten, lieber Buchstaben, die jede beliebige Zahl ausdrücken können.

Es sind nun angezeigte Rechnungsoperationen:
$4 + 6 + 7$ (Addition); $12 - 8$ (Subtraktion);
12×3 oder $12 \,.\, 3$ (Multiplikation);
$8 : 4$ oder $\frac{8}{4}$ (Division).

Oder mit allgemeinen Zahlzeichen:

$$a + b + c;\ a - b;\ m \times n \text{ oder } m\ .\ n;$$

$$p : q \text{ oder } \frac{p}{q}.$$

B. Entgegengesetzte Größen.

Es gibt Größen, die einander von Natur aus entgegengesetzt sind. Vermögen und Schulden und dergl. sind entgegengesetzte Größen. Die eine von entgegengesetzten Größen heißt positiv und wird mit dem Additionszeichen (+) bezeichnet, die andere heißt negativ und erhält das Subtraktionszeichen (—) vorgesetzt. Hat eine Größe kein Zeichen, so bedeutet dies, daß sie als positiv zu nehmen ist.

Wenn entgegengesetzte Größen addirt werden sollen, so heben sie sich gegenseitig auf, und es bleibt nur so viel übrig, als der Ueberschuß der größeren beträgt. Dieser Rest bekommt das Zeichen der größeren; z. B. 80 M. Vermögen plus 40 M. Schulden ist gleich 40 M. Vermögen. Werden entgegengesetzte Größen multiplizirt oder dividirt, so gilt als Grundsatz: Haben zwei Größen die nämlichen Zeichen, entweder beide positiv oder beide negativ, so wird das Produkt oder der Quotient positiv; haben zwei Größen verschiedene Zeichen, die eine ein positives, die andere ein negatives, so bekommt ihr Produkt oder ihr Quotient ein negatives Zeichen. Z. B. $(+ 4) \times (+ 6) = + 24$; $(- 7) \times (- 5) = + 35$; $(+ 8) : (- 2) = - 4$. Das Auffallende dieser Regel wird verschwinden, wenn man bedenkt, was multiplizieren heißt. Eine Zahl multiplizieren heißt: Eine Zahl so und so oft als Summanden setzen, als es eine andere anzeigt; z. B. $(- 3) \times (- 2)$ heißt: Setze 3 zweimal als Summanden, und zwar setze es negativ als Summanden, d. h. mit dem entgegengesetzten Zeichen. Das entgegengesetzte Zeichen von $- 3$ ist aber $+ 3$. Also

$$(- 3) \times (- 2) = \begin{array}{r} + 3 \\ + 3 \\ \hline + 6. \end{array}$$

$(-3) \times (+2)$ heißt: setze 3 zweimal als Summanden, aber nicht mit dem entgegengesetzten Zeichen, sondern wie es ist; 3 ist aber negativ.

$$(-3) \times (+2) = \begin{array}{r} -3 \\ -3 \\ \hline -6. \end{array}$$

Allgemein ist demnach: $(-a) \times (-b) = + ab$; $(-m) \times (+n) = - mn$; $(-p) : (+q) = - \frac{p}{q}$; $(-a) : (-b) = + \frac{a}{b}$.

C. Complexe Größen.

Sind in einem Ausdruck mehrere Größen (Zahlen) durch + und — mit einander verbunden und deutet man durch Klammern an, daß sie als eine einzige Größe behandelt werden sollen, so heißt ein solcher Ausdruck eine complexe Größe.

Eine complexe Größe wird zu einer andern addirt, indem man die Klammern wegläßt und addirt oder subtrahirt ohne Veränderung der Zeichen.

$5 + (7 - 2 + 3) = 5 + 7 - 2 + 3 = 13.$
[Die complexe Größe ist also hier: $(7 - 2 + 3)$].

Eine complexe Größe wird von einer anderen subtrahirt, indem man die Klammern wegläßt, aber dabei alle Zeichen innerhalb der Klammern in die entgegengesetzten verwandelt, und dann je nach den Zeichen addirt und subtrahirt.

$$5 - (7 - 2 + 3) = 5 - 7 + 2 - 3 = - 3.$$

$$20 - (5 + 2 - 6) = 20 - 5 - 2 + 6 = 19.$$

Das negative Zeichen vor der Klammer wirkt nämlich auf jedes Glied innerhalb der Klammern.

Löst man also die Klammern einer complexen Größe auf und führt sodann die angezeigte Rechnung aus, so wird die Summe aller negativen Glieder von der Summe aller positiven Glieder abgezogen. Oder: Man stellt die

Summe der positiven und die Summe der negativen Glieder her und zieht die kleinere Summe von der größeren ab, wobei der Ueberschuß dasjenige Zeichen erhält, das die Summe hat, von der er herrührt.

Will man umgekehrt verfahren und mehrere Größen in die Klammern setzen, d. h. eine complexe Größe herstellen und diese dann subtrahiren oder negativ machen, so wird vor die Klammer das Subtraktionszeichen gesetzt, in der Klammer selbst aber müssen alle Glieder ihre Zeichen ändern; z. B. $10 + 7 - 9 - 8 + 2 = 10 - (- 7 + 9 + 8 - 2)$; denn linke Seite: 10 und 7 und 2 ist 19 positiv, 9 und 8 ist 17 negativ; 19 positiv und 17 negativ ist 2 positiv. Rechte Seite innerhalb der Klammern: 7 negativ und 2 negativ ist 9 negativ; 8 positiv und 9 positiv ist 17 positiv, 17 positiv und 9 negativ ist 8 positiv. Innerhalb der Klammern haben wir also 8 positiv. Dies von 10 abgezogen gibt 2 positiv, wie auf der linken Seite.

Eine complexe Größe wird mit einer Zahl multiplizirt oder dividirt, wenn jedes Glied innerhalb der Klammern mit dieser Zahl multiplizirt oder dividirt wird. Umgekehrt ist: Haben mehrere mit + oder − verbundene Größen einen gemeinsamen Faktor oder Divisor, so kann man diesen Faktor oder Divisor hinwegnehmen, die übrig bleibenden Zahlen in Klammern schließen und dann den Faktor oder Divisor mit dem entsprechenden Zeichen außerhalb die Klammern setzen.

Z. B. $(7 - 5) \times 3 = 7 \,.\, 3 - 5 \,.\, 3 = 21 - 15 = 6$; $(7 - 5) : 2 = \frac{7}{2} - \frac{5}{2} = \frac{2}{2} = 1$; $5 \,.\, 3 + 8 \,.\, 3 - 7 \,.\, 3 = (5 + 8 - 7) \times 3$.

D. Gleichheit zweier mathematischer Ausdrücke.

Zwei gleiche und einander gleichgesetzte Ausdrücke heißen eine Gleichung, z. B. $4 + 7 - 2 = \frac{36}{4}$ ist eine Gleichung. $\frac{24}{8} = \frac{36}{12}$ ist eine Gleichung. Die

Ausdrücke rechts und links vom Gleichheitszeichen heißen Seiten der Gleichung. Die einzelnen Bestandtheile einer Seite heißen Glieder der Gleichung.

E. Veränderungen einer Gleichung.

Mit einer Gleichung kann man verschiedene Aenderungen vornehmen. So lange nun die Veränderungen der Art sind, daß die linke Seite der rechten in Wahrheit gleich gesetzt werden kann, wird wohl die äußere Form der Gleichung verändert, das Wesen derselben aber — die Gleichheit beider Seiten — bleibt unverändert; z. B. $4 + 7 - 2 = \frac{36}{4}$. Ich multiplizire beide Seiten mit 4 und erhalte $16 + 28 - 8 = 36$; oder addire 6 auf beiden hinzu: $4 + 7 - 2 + 6 = \frac{36}{4} + 6$. Die Form der Gleichung hat sich geändert, nicht aber das Wesen derselben — die Gleichheit beider Seiten.

An einer Gleichung kann man, ohne eine Störung der Gleichheit beider Seiten besorgen zu müssen, folgende Veränderungen vornehmen. Man darf:

1) auf beiden Seiten der Gleichung die nämliche Größe addiren;
2) auf beiden Seiten die nämliche Größe subtrahiren;
3) beide Seiten mit der nämlichen Größe multipliziren;
4) beide Seiten mit der nämlichen Größe dividiren;
5) beide Seiten zur nämlichen Potenz erheben, z. B. quadriren;
6) auf beiden Seiten die nämliche Wurzel ausziehen, z. B. die Quadratwurzel.

Allein diese Veränderungen, welche man an der Gleichung vornimmt, dürfen aber nicht planlos sein, sondern müssen dazu dienen, eine Gleichung auflösen zu können.

F. Auflösen einer Gleichung.

In jeder Gleichung können Größen unbekannt sein. Wir wollen hier nur diejenigen Größen in Betracht ziehen,

in denen nur e i n e Größe als unbekannt auftritt. Die unbekannte Größe, welche gewöhnlich mit x bezeichnet wird, ist in der Regel mit anderen bekannten Größen durch eine der vier Rechnungsarten verbunden. Es ist nun bei Lösung einer solchen Gleichung die Aufgabe, die unbekannte Größe x ganz allein auf eine Seite zu bekommen. So ist z. B. $\frac{x}{4} + 2 = 20$ eine unaufgelöste Gleichung, dagegen $x = 80 - 2$ die aufgelöste Gleichung.

Durch die vorangeführten e r l a u b t e n Veränderungen einer Gleichung wird es möglich, in jeder Gleichung die unbekannte Größe auf eine Seite zu schaffen. Es sind daher aber nur wieder jene Veränderungen geboten, welche zu diesem Ziele führen. Die Veränderungen an einer Gleichung müssen also zwei Eigenschaften haben: 1) sie d ü r f e n d i e G l e i c h h e i t n i c h t s t ö r e n; 1) s i e m ü s s e n z u m Z i e l e f ü h r e n.

Nach diesen Grundsätzen können alle Gleichungen aufgelöst werden. Wir wollen sie auf einige Beispiele anwenden.

B e i s p i e l e.

1) $x + 2x + \frac{1}{2}x - 7 = 100.$

A u f l ö s u n g.

a) Man hebe zunächst den Bruch auf dadurch, daß man mit 2 auf beiden Seiten multiplizirt.

$$2x + 4x + x - 14 = 200.$$

b) Man vereinige die x in eine Summe.

$$7x - 14 = 200.$$

c) Man addire auf beiden Seiten + 14 hinzu.

$$7x - 14 + 14 = 200 + 14,$$
$$7x = 200 + 14 = 214.$$

Oder kürzer: Man setze — 14 mit verändertem Zeichen auf die andere Seite, also mit dem Zeichen + hinüber. Man heißt dieses Hinübersetzen mit entgegengesetzten Zeichen t r a n s p o n i r e n.

d) Jetzt hat die Gleichung die Gestalt $7x = 214$. Um x allein zu bekommen, dividire man beide Seiten mit 7, also: $x = \frac{214}{7} = 30\frac{4}{7}$. Die Gleichung ist mithin gelöst.

Die Richtigkeit der Auflösung wird durch die Probe bewiesen, indem man in die ursprüngliche Gleichung statt x seinen Werth $30\frac{4}{7}$ setzt.

2) $\frac{24}{x} + 11 = 15.$

Auflösung.

1) x als Nenner können wir nicht brauchen, denn wir suchen x, nicht $\frac{1}{x}$. Wir müssen also diesen Zustand aufheben, was dadurch geschieht, daß die ganze Gleichung mit x multiplicirt wird.

$$24 + 11\,x = 15\,x.$$

2) Man bringe die x auf eine Seite dadurch, daß man 11 x transponirt. $24 = 15\,x - 11\,x.$

3) Man vollziehe die angezeigte Subtraktion.

$$24 = 4\,x.$$

4) Gewöhnlich ist x auf der linken Seite. Man verwechsle also die beiden Seiten, und dividire sie mit 4, d. h. mit dem Coëfficienten von x. (Eine Zahl, die mit einem Buchstaben als Faktor verbunden ist, heißt nämlich deren Coëfficient.) $x = \frac{24}{4} = 6.$ Setzt man in die ursprüngliche Gleichung statt x seinen Werth 6, so wird sich die Richtigkeit der Auflösung wieder ergeben.

Wie man aus diesen beiden Beispielen ersieht, gibt die Natur der Aufgabe die vorzunehmenden Veränderungen an die Hand. Die gewöhnlichen Veränderungen sind:

1) die Brüche aufheben oder beiderseits mit ein und derselben Zahl multipliziren;
2) die Glieder durch Addition und Subtraktion vereinigen;
3) transponiren;
4) durch Division den Coëfficienten von x trennen.

3) $3 + 5\,x = 15 + 2\,x$

Auflösung.

Wir bringen wieder die x sowohl als die bekannten Größen auf eine Seite durch Transponiren:

$$5\,x - 2\,x = 15 - 3$$

Es werden nun die x vereinigt, sowie die weiters angeführte Subtraktion vollzogen:

$$3\,x = 12$$

Nun mit dem Coëfficienten 3 beiderseits dividirt:

$$x = \frac{12}{3} = 4.$$

4) $\frac{3}{x} + 5 - \frac{6}{x} = \frac{22}{x}.$

Auflösung.

$$3 + 5x - 6 = 22$$
$$5x = 22 + 6 - 3$$
$$5x = 28 - 3$$
$$5x = 25$$
$$x = \frac{25}{5} = 5$$

Also: $x = 5$.

5) $x - 7x + 120 = 48$
$$x - 7x = 48 - 120$$
$$-6x = -72$$

Um die Transponirung zu vermeiden, ist es das Einfachste, beiderseits mit (— 1) zu multipliziren, wodurch man erhält:

$$6x = 72$$
$$x = \frac{72}{6}$$
$$x = 12.$$

Durch einige Uebung bringt man es bald zu einer Fertigkeit im Auflösen von Gleichungen. Schwieriger ist jedoch das Ansetzen von Gleichungen, denn hiebei sind nur Verstand, richtiges Urtheil und Uebung die einzigen Hilfsmittel. Als eine allgemeine Regel beim Ansetzen der Gleichungen gilt: Man setzt eine Gleichung so an, als wenn x eine schon bekannte Zahl und nur noch die Probe zu machen wäre.

Erstes Beispiel.

Ich dachte mir eine Zahl; multiplizirte ich dieselbe mit 6 und addirte zu dem Produkte nochmals 6, so erhielt ich 60. Wie heißt diese Zahl?

Auflösung.

Die gegebene Aufgabe löst sich höchst leicht durch eine Gleichung:

Die Zahl, die ich mir dachte, ist = x. Ich habe sie mit 6 multiplizirt, also = 6 x, zu diesem Produkte 6 addirt = 6 x + 6, diese Summe gab 60; also ist die Gleichung:

$$6x + 6 = 60.$$

Diese nunmehr vollständig aufgelöst, gibt:

$$6x = 60 - 6$$
$$6x = 54$$
$$x = \frac{54}{6}$$
$$x = 9.$$

Es ist auch: $9 \,.\, 6 + 6 = 60$.

Zweites Beispiel.

Eine Waldung von 80 Ar, welche von 3 Oekonomiegutsbesitzern erkauft wurde, ist gemäß der Lage so zu vertheilen, daß B 2,76 Ar weniger als A, C aber 11,12 Ar mehr als B zu erhalten hat. Wie viel wird Jeder bekommen?

Auflösung.

Nennen wir die Fläche, welche A erhält x, so wird erhalten:

$$A = x \text{ Ar.}$$
$$B = x - 2{,}76 \text{ Ar.}$$
$$C = (x - 2{,}76) + 11{,}12 \text{ Ar.}$$

Die 3 Theile müssen zusammen den ganzen Complex geben, daher ist die Gleichung:

$$x + x - 2{,}76 + x - 2{,}76 + 11{,}12 = 80$$
$$3\,x = 80 + 2{,}76 + 2{,}76 - 11{,}12$$
$$3\,x = 85{,}52 - 11{,}12$$
$$3\,x = 74{,}40$$
$$x = \frac{74{,}40}{3} = 24{,}80 \text{ Ar.}$$

A erhält mithin: 24,80 Ar.
B „ „ 24,80 — 2,76 = 22,04 Ar.
C „ „ 22,04 + 11,12 = 33,16 Ar.

Drittes Beispiel.

Der Ertrag eines Gutes war wegen verbesserter Oekonomie in diesem Jahre 8 Procent größer, als im vorhergehenden. Der diesjährige Ertrag ist 5670 Mark; wie viel war der vorjährige?

Auflösung.

Wir bezeichnen den vorjährigen Betrag mit x, 8% von dem vorjährigen Ertrag sind: $\frac{x}{100} \cdot 8$; daher hat man:

$$x + \frac{x}{100} \cdot 8 = 5670$$
$$100\,x + 8\,x = 567000$$
$$108\,x = 567000$$
$$x = \frac{567000}{108} = 5250 \text{ Mark.}$$

Es war also der vorjährige Ertrag 5250 Mark.

Viertes Beispiel.

Welches Kapital trägt zu 4 Procent ausgeliehen nach 6 Jahren mit den Zinsen 7440 Mark?

Auflösung.

Es sei das Kapital x, dann wird der einjährige Zins sein: $\frac{x}{100} . 4$; der Zins nach 6 Jahren ist: $\frac{x}{100} . 4 . 6 = \frac{x}{100} . 24$, mithin erhalten wir die Gleichung:

$$x + \frac{x}{100} . 24 = 7440$$
$$100 x + 24 x = 744000$$
$$124 x = 744000$$
$$x = \frac{744000}{124}$$
$$x = 6000 \text{ Mark.}$$

Fünftes Beispiel.

Wie viel Liter Mehl und Kleien gibt ein Hektoliter Winterweizen zu 76 Kilogramm, wenn das Liter Weizenmehl 450 Gramm, das Liter Kleien 240 Gramm wiegt und die Kleien der achte Theil vom Gewichte des Mehles sind?

Auflösung.

Wir setzen x gleich der Anzahl der Liter Mehl, dann wird, da jedes Liter Mehl 450 gr oder 0,450 Kgr wiegt, das Gewicht des Mehles = 0,450 x Kgr; das Gewicht der Kleien ist der 8. Theil vom Gewicht des Mehles, daher $\frac{0,450 x}{8}$ Kgr.

Beide Gewichte zusammen müssen 76 Kgr geben. Hieraus ergibt sich der Ansatz der Gleichung:

$$0,450 x + \frac{0,450 x}{8} = 76$$
$$3,600 x + 0,450 x = 608$$
$$4,050 x = 608$$
$$x = \frac{608}{4,050} = \frac{608000}{4050} = 150 \text{ Liter Mehl.}$$

(Der entstehende Dezimalbruch 0,123 ist vernachlässiget.)

Es wird nun ein Leichtes, die Anzahl der Liter Kleien zu finden:

Das Gewicht des Mehles ist: $0,450 \times 150 = 67,500$ Kgr; mithin wird das Gewicht der Kleien sein: $76 - 67,500$ Kgr $= 8,500$ Kgr.

Um die Aufgabe vollständig zu lösen, ist nun die Frage: Wie viel Liter Kleien geben 8,500 Kgr Kleien, wenn 0,240 Kgr ein Liter geben? Die Lösung ist:

$$\frac{8,500}{0,240} = \frac{8500}{240} = 35,40 \text{ Liter oder ca. } 35^1/_2 \text{ Liter.}$$

Drittes Kapitel.

Das Nothwendigste aus der Flächen- und Körpermessung.

Manche Berechnungen in der Landwirthschaft erfordern einige Kenntnisse der Flächen- und Körpermessung, daher hier das Nothwendigste davon kurz vorgetragen werde.

A. Flächenmessung (Planimetrie).

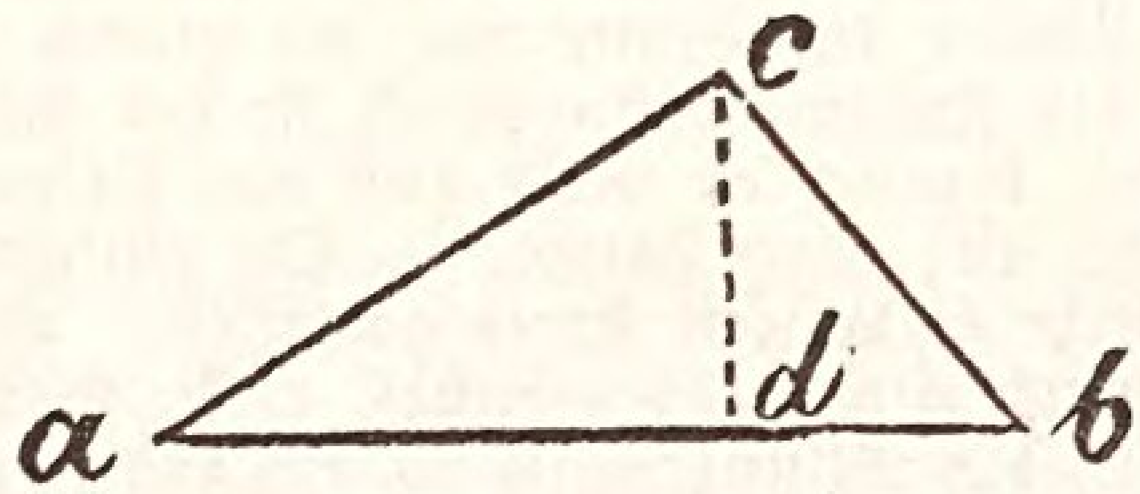
Es kommen hier Dreiecke, Vierecke, Vielecke und Kreise in Betracht.

§. 12.

Vom Dreieck.

Eine durch drei Linien begrenzte Fläche heißt Dreieck. Das Dreieck hat drei Seiten und drei Ecke oder Winkel.

Fig. 1.



Jedes Eck oder jeden Winkel eines Dreieckes kann man als die Spitze und jede Seite desselben als die Grundlinie oder Basis ansehen. Immer stehen Spitze und Grundlinie einander gegenüber. Wenn z. B. der Winkel bei c, das Eck c, als Spitze genommen wird, so ist a b die Grundlinie oder Basis, und umgekehrt, wenn a b als Grundlinie genommen wird, so ist das gegenüber stehende Eck die Spitze. Wenn a c als Grundlinie betrachtet wird, so ist der Winkel bei b die Spitze u. s. w.

Höhe des Dreieckes. Eine senkrechte Linie, welche von der Spitze auf die Grundlinie oder ihre Ver-

Anmerkung. Die Neigung, welche zwei in einer Ebene, z. B. auf einem Bogen Papier sich befindende und in einem Punkte zusammenstoßende

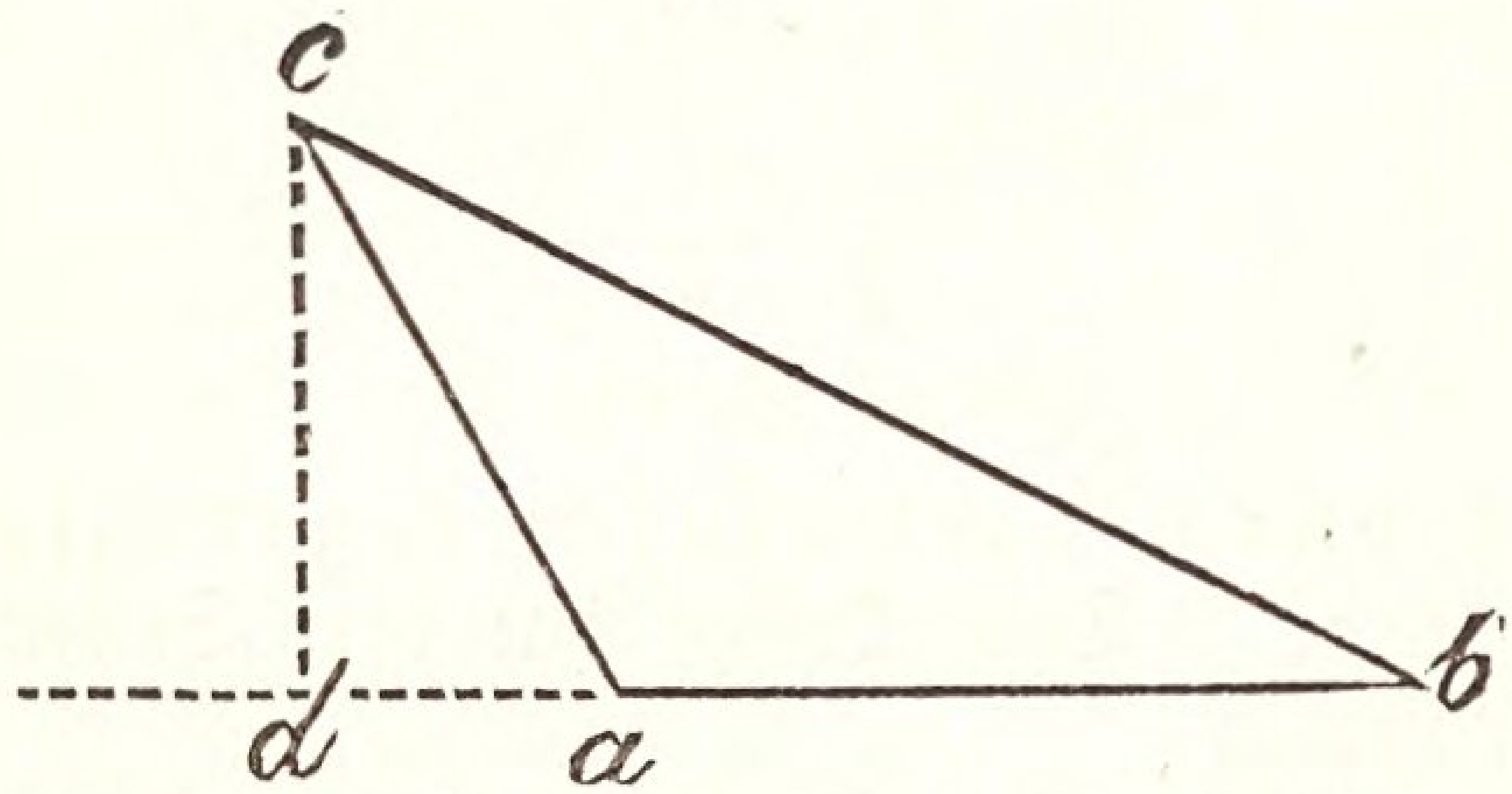
längerung gezogen wird, heißt die Höhe des Dreieckes. Sowie nun in einem Dreiecke drei Grundlinien und drei Spitzen sind, so gibt es auch drei verschiedene Höhen. Eine solche Höhe ist z. B c d für die Grundlinie a b; wenn man aber eine andere Seite als Grundlinie nimmt, so wird die Höhe eine andere werden.

Der Flächeninhalt eines Dreieckes wird gefunden, wenn man die Grundlinie und die

---

gerade Linien gegen einander haben, heißt Winkel. Die zusammenstoßenden Linien nennt man Schenkel des Winkels; den Punkt, in dem sie zusammenstoßen, Scheitel desselben.

Fig. 2.



c b a ist ein Winkel, insoferne man blos die Neigung beider zusammenstoßenden Linien im Sinne hat, die Linien c b und a b sind die Schenkel, b selbst als Zusammenstoßpunkt ist der Scheitel dieses Winkels. Bei einem Winkel kommt es blos auf die Neigung der Schenkel zu einander an, nicht auf ihre Länge. — Die Winkel werden durch einen in 360 gleiche Theile getheilten Kreis gemessen. Diese Kreistheile nennt man Grade und werden mit ⁰ bezeichnet, z. B. 90⁰. Die Grade werden in 60 Minuten ('), die Minuten in 60 Sekunden ('') getheilt. Ein in 180⁰ eingetheilter Halbkreis, mit dem Winkel gemessen werden, heißt Transporteur. — Es gibt der Größe nach dreierlei Winkel: rechte, spitze, stumpfe. Der rechte Winkel neigt sich nach keiner Seite (seiner Situationsebene). Bei d ist ein rechter Winkel, oder, wenn man will, es sind zwei rechte Winkel daselbst. Die rechten Winkel sind alle einander gleich, nämlich 90⁰. Ist ein Winkel kleiner als ein rechter, so heißt er spitz, ist er größer, stumpf. Der Winkel bei a rechter Hand ist stumpf, linker Hand — spitz. — Wenn zwei Winkel die Lage haben, wie die bei a, so heißen sie Nebenwinkel. Zwei Nebenwinkel zusammen sind immer zwei rechten Winkeln oder 180⁰ gleich. Man kennt die Nebenwinkel daran, daß sie einen gemeinschaftlichen Schenkel (a c) haben, während die zwei anderen Schenkel eine gerade Linie bilden. — Werden die Schenkel eines Winkels über den Scheitel hinaus verlängert, so entsteht ein Scheitelwinkel. Die Scheitelwinkel sind einander gleich und haben einen gemeinsamen Scheitel, z. B. b a und c a über a hinaus verlängert, gibt die gleichen Scheitelwinkel c a d und b a f, wenn die Verlängerung von c a mit c f bezeichnet wird.

Ein Dreieck mit einem rechten Winkel heißt rechtwinklig, mit einem stumpfen — stumpfwinklig, mit drei spitzen Winkeln — — spitzwinklig. Alle drei Winkel eines Dreiecks sind zwei rechten Winkeln gleich. — Sind in einem Dreieck alle drei Seiten einander gleich, so heißt es gleichseitig; sind nur zwei Seiten einander gleich, gleichschenklig; ist keine Seite der andern gleich, ungleichseitig.

dazu gehörige Höhe (d. h. die Zahlen, welche deren mit gleichem Maße gemessenen Längenausdehnungen angeben) miteinander multiplizirt und das Produkt mit 2 dividirt. Welche Seite man als Grundlinie annimmt, ist zur Berechnung des Flächeninhaltes ganz gleichgiltig.

Man bezeichne den Flächeninhalt eines Dreieckes mit F, die Grundlinie mit g, die Höhe mit h, so ist die Formel, resp. die Gleichung, für den Flächeninhalt: $F = \frac{g \times h}{2}$.

Sind von diesen drei Größen zwei bekannt, so kann aus dieser Gleichung die dritte Größe immer gefunden werden. Aus Flächeninhalt und Grundlinie findet man die Höhe, aus Flächeninhalt und Höhe die Grundlinie.

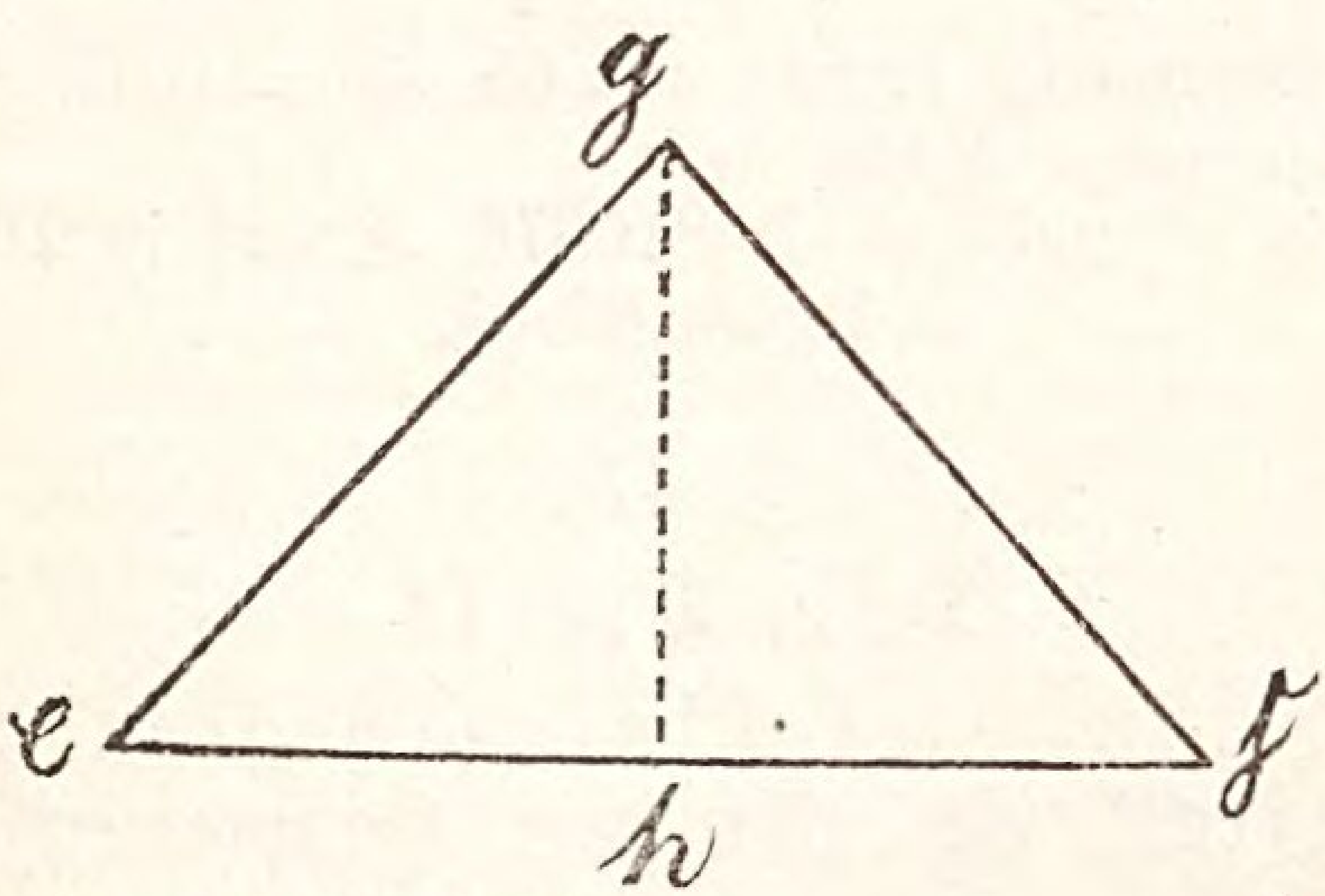
$$h = \frac{2F}{g},$$

$$g = \frac{2F}{h}.$$

Beispiele.

1) Man berechne den Flächeninhalt des Dreieckes abc (Fig. 2). Wird ab als Grundlinie angenommen, so ist c d die Höhe. Durch Messung hat man gefunden, daß die Grundlinie a b = 140 m, die Höhe c d = 102 m ist. Die Grundlinie mit der Höhe multiplizirt und das Produkt mit 2 dividirt, gibt den Flächeninhalt des Dreieckes; hiernach ist das Dreieck a b c = $\frac{140 \times 102}{2}$ = 7140 □m.

Fig. 3.



2) Im Dreieck e f g (Fig. 3) sei die Grundlinie e f = 198 m, die Höhe g h = 114 m, so ist der Flächeninhalt desselben:

$$\text{Dreieck efg} = \frac{198 \times 114}{2} = 11286 \square\text{m}.$$

3) Ein Dreieck soll 1782 □m haben und seine Grundlinie sei = 99m; wie groß muß die Höhe dieses Dreiecks sein?

Auflösung.

Es sei das Dreieck wieder efg; es ist der Flächeninhalt gegeben und die Grundlinie, die Höhe h ist gesucht, mithin h die unbekannte Größe; wir haben also die Gleichung:

$$F = \frac{ef \cdot h}{2} \text{ und daraus h gesucht, gibt } h = \frac{2\ F}{ef} \text{ oder:}$$

Man multiplizirt den Flächeninhalt mit 2 und dividirt das Produkt durch die Grundlinie.

$$h = \frac{1782 \times 2}{99} = \frac{3564}{99} = 36 \text{ m}.$$

4) Ich möchte auf dem Felde ein Dreieck abstecken, das 840 □m hat. Seine Höhe ist auf 35 m bestimmt, wie lang muß ich die Grundlinie nehmen?

Auflösung.

Man dividire den doppelten Flächeninhalt mit der bekannten Höhe:

$$g = \frac{840 \times 2}{35} = \frac{1680}{35} = 48 \text{ m}.$$

5) Der Giebel eines Daches soll verblendet werden. Wenn nun der Giebelbalken des Hauses 11,08 Meter lang und die senkrechte Höhe des Daches 4,67 Meter beträgt, und das Quadratmeter zu verblenden auf 65 Pfg. gerechnet wird, wie hoch kommt die Arbeit?

Auflösung.

Der Giebel stellt uns ein Dreieck dar, dessen Flächeninhalt nach den gegebenen Dimensionen ist:

$$F = \frac{11{,}08 \times 4{,}67}{2} = \frac{51{,}7436}{2} = 25{,}8718 \square\text{m}.$$

Das Quadratmeter kommt auf 65 ₰ = 0,65 ℳ. zu stehen, mithin die ganze Fläche auf:

25,8718 × 0,65 = 16,816670 ℳ. daß ist 16,82 ℳ. = 16 ℳ. 82 ₰.

§. 13.

Vom Viereck.

Eine von vier Linien begrenzte Fläche heißt Viereck. Es gibt drei Hauptarten von Vier-

ecken: das Parallelogramm, Trapez und Trapezoid. Sind in einem Viereck die zwei Paare der entgegengesetzten Seiten parallel (gleichlaufend), so heißt es Parallelogramm; ist nur ein Paar der entgegengesetzten Seiten parallel, so nennt man es Trapez; ist keine Seite mit der andern parallel, so heißt es Trapezoid.

Fig. 4.

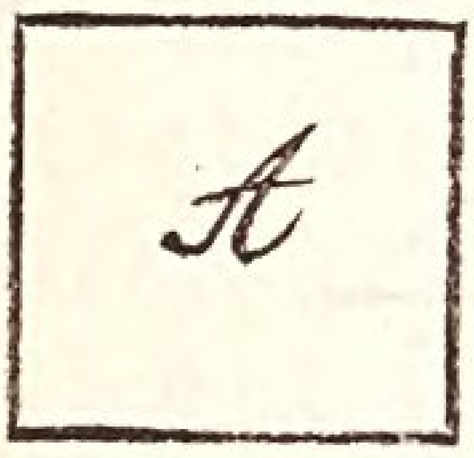


Fig. 5.

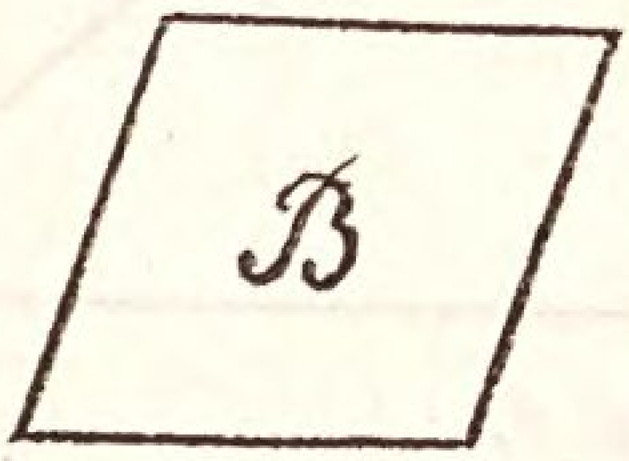
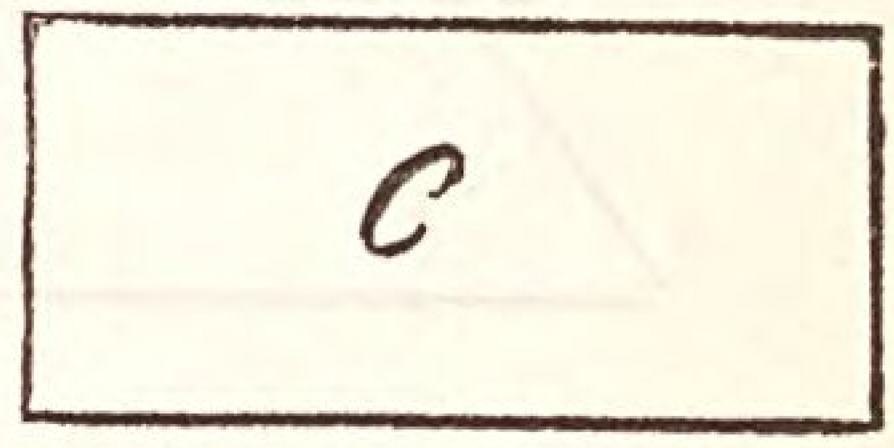
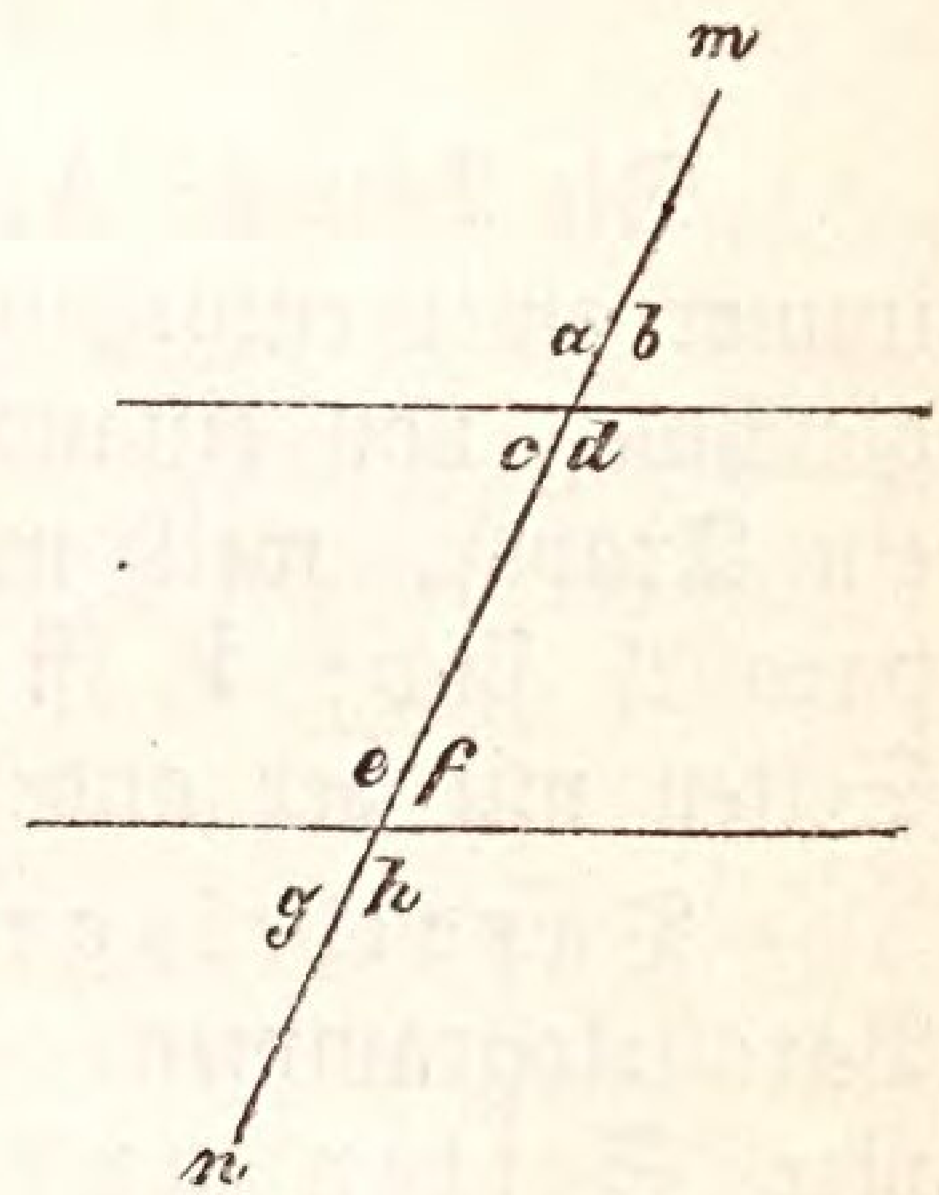


Fig. 6.



Anmerkung. Zwei oder mehrere Linien, die in einer Ebene liegen und, wie immer verlängert, nie zusammenstoßen, heißen parallel. Werden zwei Parallel-Linien von einer dritten geraden Linie m n geschnitten, so entstehen mehrere Winkel, die besondere Eigenschaften und Namen haben, nämlich:

Fig. 10.



1) Aeußere und innere Winkel, 4 Paare, und zwar auf der linken Seite der Schneidenden: 2 äußere Winkel a und g, und 2 innere Winkel c und e; auf der rechten Seite der Schneidenden: 2 äußere Winkel b und h, und 2 innere Winkel d und f. Die zwei Winkel eines Paares sind immer zwei rechten Winkeln gleich; auch liegen zwei zusammen gehörige Winkel auf der nämlichen Seite der Schneidenden, aber nicht an der nämlichen Parallele.

2) Correspondirende Winkel, 4 Paare, und zwar auf der linken Seite der Schneidenden: a und e, c und g, auf der rechten: b und f, d und h. In jedem Paar ist ein Winkel dem andern gleich. a = e, dann c = g, b = f, d = h. Von den zwei correspondirenden Winkeln ist der eine ein äußerer und der andere ein innerer, der eine liegt an der oberen Parallele und der andere an der untern; ist ein Winkel auf der linken Seite der Schneidenden, so ist sein correspondirender auch auf der linken u. s. w.

3) Wechselwinkel, 4 Paare, a und h, c und f, b und g, d und e. Von den Wechselwinkeln gilt: In jedem Paar ist ein Winkel dem andern gleich, so ist a = h, c = f, b = g, d = e; ferner liegen die Wechselwinkel an verschiedenen Seiten der Schneidenden und an verschiedenen Parallelen, der eine Wechselwinkel auf der linken Seite der Schneidenden an der oberen Parallele, und der andere zu ihm gehörige auf der rechten Seite der Schneidenden an der untern Parallele; endlich: ist der eine Wechselwinkel ein äußerer Winkel, so ist der andere auch ein äußerer Winkel, und ist der eine ein innerer, so ist auch der andere zu ihm gehörige ein innerer.

Die Eigenschaft, daß ein correspondirender Winkel dem andern und ein Wechselwinkel dem andern gleich ist, findet häufige Anwendung.

Fig. 7.

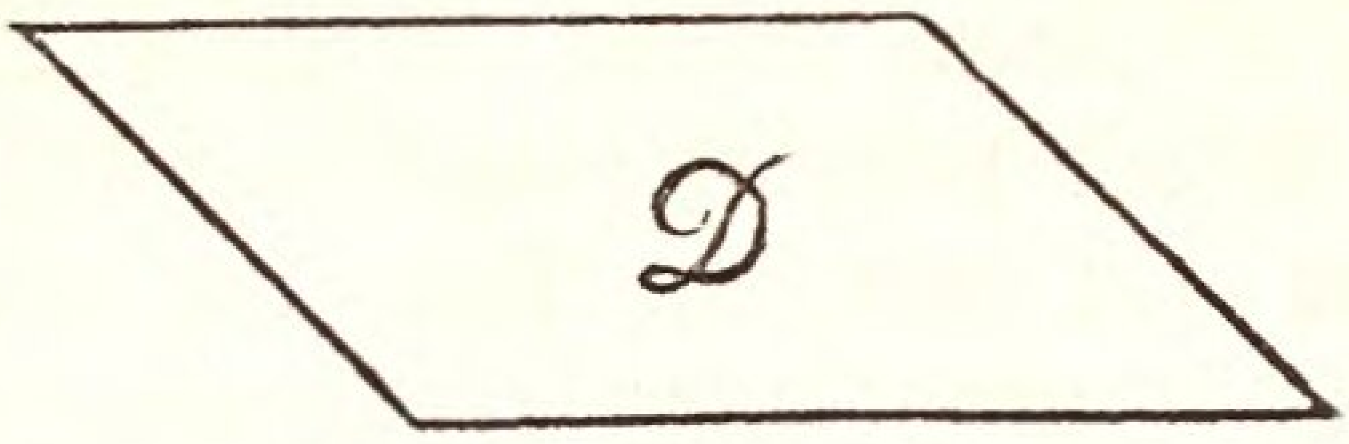


Fig. 8.

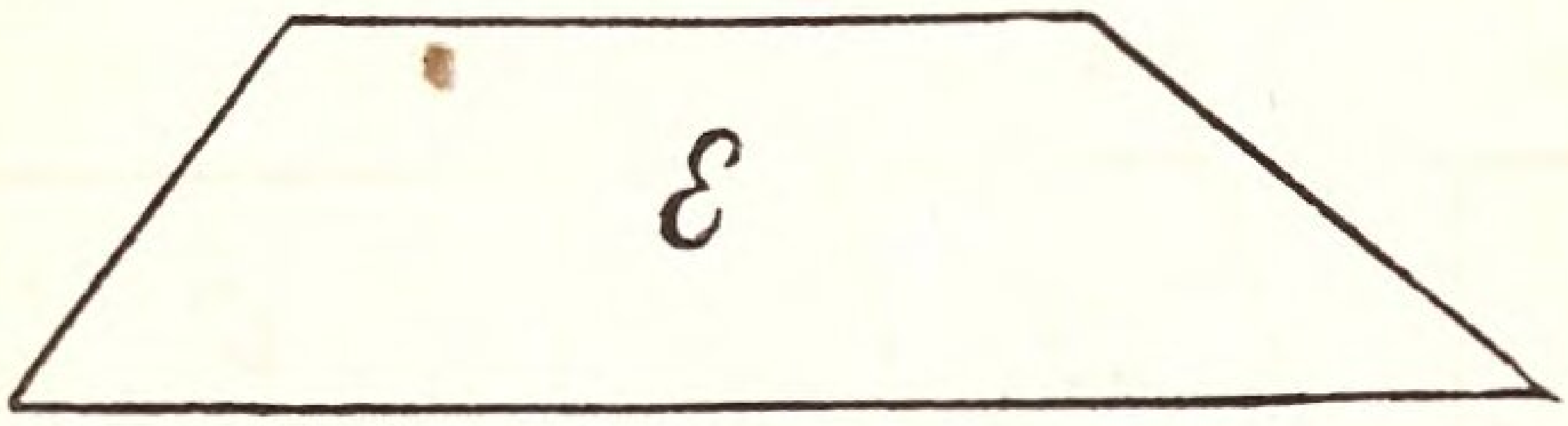
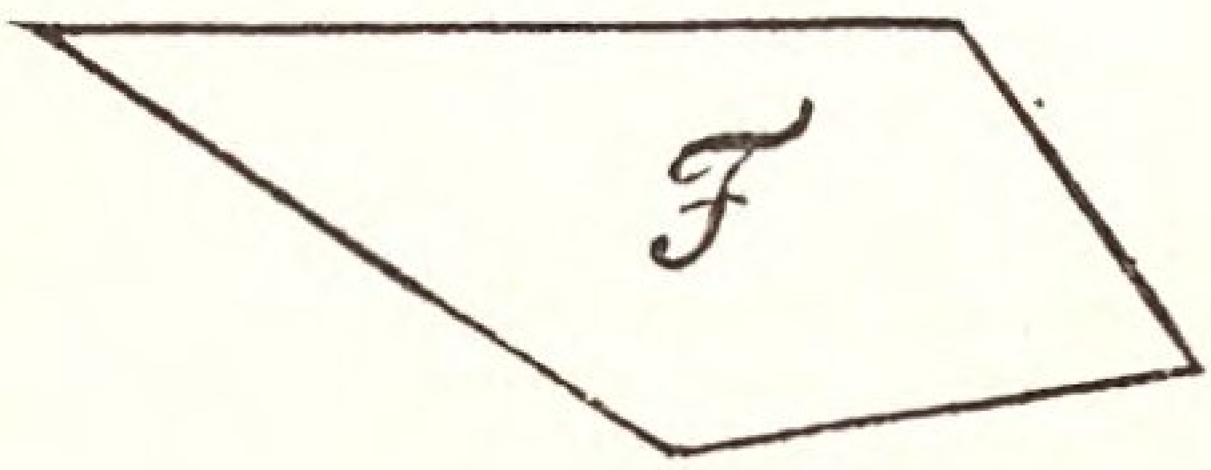


Fig. 9.



Die Vierecke A, B, C, D sind Parallelogramme, weil immer zwei entgegengesetzte Seiten parallel, gleichlaufend, gleichweit von einander abstehend sind; das Viereck E ist ein Trapez, weil nur die obere und die untere Seite parallel sind; F ist ein Trapezoid, weil keine der vier Seiten mit der andern parallel ist.

Parallelogramm. Es gibt vier Arten von Parallelogrammen. Sind in einem Parallelogramm alle vier Seiten und Winkel gleich (die vier Winkel mithin rechte Winkel), so ist das Parallelogramm ein Quadrat. Ein solches ist das Viereck A. Sind in einem Parallelogramm nur die vier Seiten gleich, aber nicht die Winkel, so heißt es eine Raute. B ist eine Raute. Sind in einem Parallelogramm die vier Winkel gleich, also wieder rechte Winkel, die Seiten aber ungleich, so nennt man es Rechteck. C ist ein Rechteck. Sind in einem Parallelogramm die Winkel und die Seiten ungleich, so heißt das Parallelogramm ein Rhomboid. Ein Rhomboid ist D.

Im Parallelogramm sind stets die gegenüberliegenden Seiten und die gegenüberliegenden Winkel gleich.

Um den Flächeninhalt eines Parallelogramms zu finden, ziehe man von einer Seite auf die entgegengesetzte Seite oder ihre Verlängerung eine senkrechte Linie (ein Perpendikel), messe das Perpendikel und die Seite, auf welcher es aufsteht, mit ein und demselben Maße, und multiplizire die beiden gefundenen Zahlen. Das erhaltene Produkt ist der Quadratinhalt des Parallelogramms. Mit anderen Worten: Man findet den Flächeninhalt eines jeden Parallelogramms, wenn man dessen Grundlinie mit der Höhe multiplizirt.

Nur bei der Raute und dem Rhomboid wird es nöthig, ein Perpendikel zu fällen, denn bei dem Quadrat und dem Rechteck steht ohnehin schon eine Seite auf der andern senkrecht, und ist daher die Fällung eines Perpendikels nicht nothwendig. Für das Rechteck und Quadrat ergibt sich also der Flächeninhalt, wenn man zwei aneinander stoßende Seiten multiplizirt, und für das Quadrat selbst wieder, wenn man die eine Seite zum Quadrat erhebt.

In Form einer Gleichung ist $F = h \times g$, wobei F den Flächeninhalt des Parallelogramms, h die Höhe, g die Grundlinie bedeutet. Auch hier kann man aus F und h das g, und aus F und g das h finden, nämlich:

$$g = \frac{F}{h},$$

$$h = \frac{F}{g}.$$

Beispiele.

1) Im Rechteck C sei die kürzere Seite 63 m, die längere 137 m. Wie viele Quadratmeter hat dieses Rechteck?

Antw. $63 \times 137 = 8631$ □m.

2) Ein Rechteck hält 6825 □m. Eine Seite desselben ist = 195 m. Wie groß ist die senkrecht auf ihr stehende Seite?

Antw. Man theile den Flächeninhalt mit der bekannten Seite und man erhält die gesuchte.

$$h = \frac{6825}{195} = 35 \text{ m}.$$

3) Welches ist der Flächeninhalt eines quadratförmigen Hofraumes, dessen eine Seite 44 Meter lang ist?

Auflösung.

F = 44 × 44 oder = 44^2 = 1936 □m.

Umgekehrt findet man die Seite einer quadratförmigen Fläche, wenn man aus der Zahl, welche den Flächeninhalt angibt, die Quadratwurzel auszieht.

4) Ein quadratförmiger Zimmerboden hat einen Flächeninhalt von 17,64 □m, wie lang ist eine Seite desselben?

Auflösung.

S = $\sqrt{17{,}64}$ = 4,2 Meter.

5) Ein Trottoir von der Form eines Rhomboids ist mit Platten zu belegen, wovon das Quadratmeter auf 8 ℳ 75 ₰ kommt. Wenn nun die Länge des Trottoirs 14,59 Meter und die Breite (Höhe) 0,90 Meter ist, wie hoch kommt die Belegung?

Auflösung.

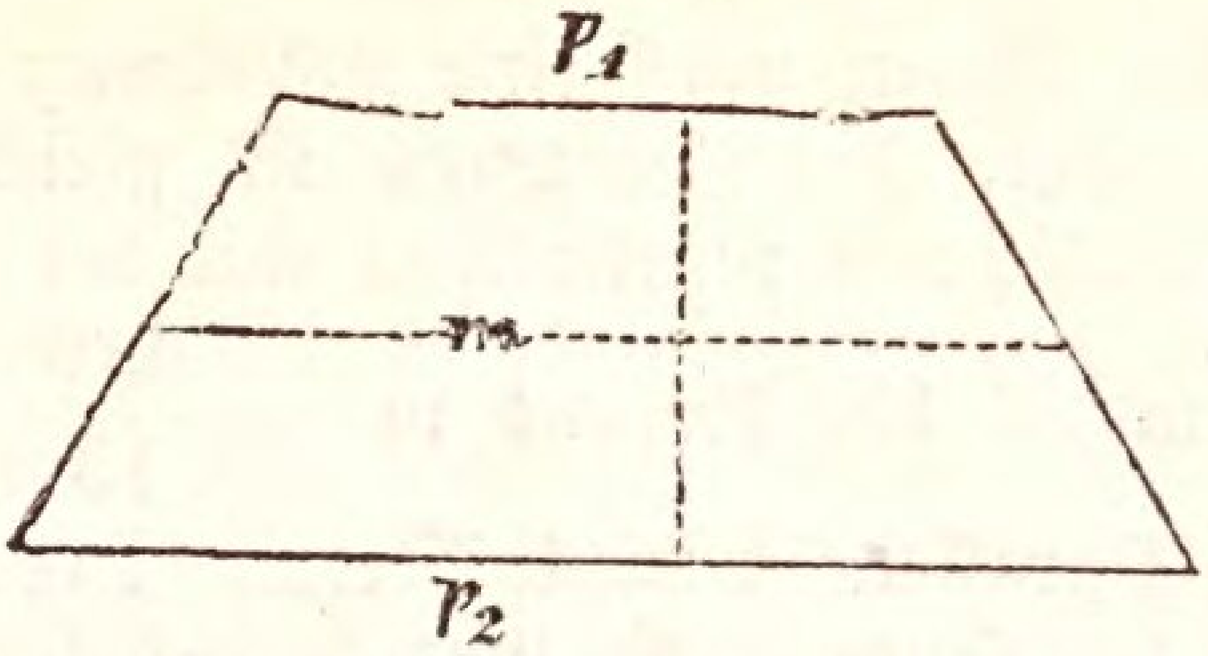
F = 14,59 × 0,90 = 13,1310 □m (der Flächeninhalt des Trottoirs).

Kosten: 13,1310 × 8,75 = 114,896250 ℳ = 114 ℳ 90 ₰.

Trapez. Den Flächeninhalt eines Trapezes findet man auf folgende Weise: a) Man ziehe von einer parallelen Seite auf die andere Parallele ein Perpendikel; b) messe die zwei parallelen Seiten und das Perpendikel mit einerlei Maß; c) addire die Längen der zwei Parallelen und dividire die Summe mit 2. Den erhaltenen Quotienten multiplizire man mit der Länge des Perpendikels. Das Produkt ist der Flächeninhalt des Trapezes.

Man erhält also den Flächeninhalt eines Trapezes, wenn man den mittleren Durchschnitt der Parallelen (das arithmetische Mittel aus den beiden Parallelseiten) mit der Höhe multiplizirt, oder: wenn man die mittlere Parallele mit der Höhe multiplizirt.

Fig. 11.



Ist m der mittlere Durchschnitt — das arithmetische Mittel —, so ist $F = m \times h$. Hieraus findet man:

$$m = \frac{F}{h},$$

$$h = \frac{F}{m}.$$

Beispiele.

1) Im Trapez E (Fig. 8) habe die kleinere Parallele 147 m, die größere 265 m, das Perpendikel 70 m; wie groß ist sein Flächeninhalt?

Antwort.

$$\left(\frac{147 + 265}{2}\right) \times 70 = \frac{412}{2} \times 70 = 206 \times 70$$
$$= 14420 \square \text{Meter}.$$

2) Der Flächeninhalt eines Trapezes sei $= 7701 \square$Meter, die Entfernung der beiden Parallelen von einander 102 Meter; wie groß ist die mittlere Parallele? (Fig. 11.)

Antw. $m = \frac{7701}{102} = 75{,}5$ Meter, d. h. die mittlere Parallele m ist 75,5 Meter.

3) Bekannt seien im Trapez: eine End-Parallele und die mittlere Parallele; gesucht wird die andere End-Parallele, oder (Fig. 11). Es sei: $p_2 = 190$ Meter, $m = 143$ Meter, wie groß ist p_1?

Auflösung.

Die mittlere Parallele ist gleich der Summe der beiden End-Parallelen, dividirt durch 2.

$$143 = \frac{190 + p_1}{2};\ 143 \times 2 = 190 + p_1;$$

$$286 = 190 + p_1;\ p_1 = 286 - 190 = 96 \text{ Meter},$$

d. h. die obere End-Parallele ist 96 Meter lang.

4) Bekannt seien im Trapez: der Flächeninhalt, eine End-Parallele, die Entfernung (Höhe) der beiden End-Parallelen; gesucht wird die andere End-Parallele, oder (Fig. 11.): $F = 426$ $\square$Meter, $p_2 = 38$ Meter, $h = 15$ Meter, wie groß ist p_1?

Auflösung.

Aus diesen Daten muß eine Gleichung angesetzt werden. Der Flächeninhalt des Trapezes ist gleich dem mittleren Parallelen-Durchschnitt multiplizirt mit der Höhe, d. h.

$$426 = m \times 15, \text{ hieraus } m = \frac{426}{15} = 28{,}4.$$

Die mittlere Parallele ist 28,4 Meter. Die mittlere Parallele ist auch gleich der Summe der End-Parallelen, dividirt durch 2.

$$28{,}4 = \frac{38 + p_1}{2};\ 56{,}8 = 38 + p_1;$$

$$p_1 = 56{,}8 - 38 = 18{,}8 \text{ Meter},$$

d. h. die obere End-Parallele ist unter den gegebenen Voraussetzungen = 18,8 Meter.

5) Ein Acker, der die Gestalt eines Trapezes hat, hält 2 Hektar 22 Ar. Die eine Parallele mißt 87,6 m, die andere 145,9 m Wie lang ist dieser Acker?

Antw. 2 Hektar 22 Ar sind = 22200 □ Meter;

$$22200 = \left(\frac{87{,}6 + 145{,}9}{2}\right) \times h = \frac{233{,}5}{2} \,.\, h = 116{,}75 \times h$$

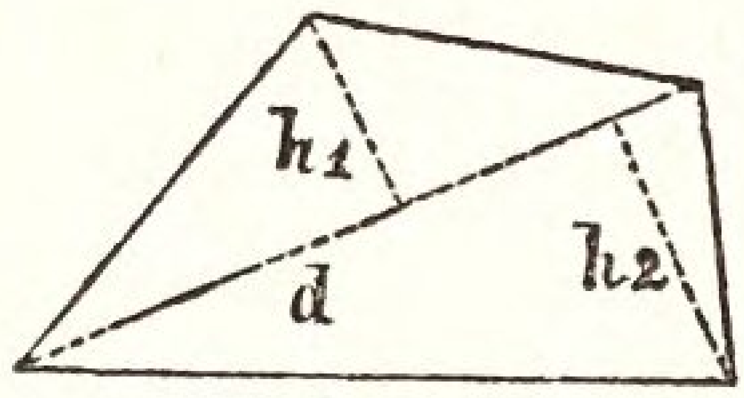
also: $22200 = 116{,}75 \times h$

$$h = \frac{22200}{116{,}75} = \frac{2220000}{11675} = 190{,}15 \text{ m}.$$

Dieser Acker ist mithin 190,15 Meter lang.

Trapezoid. Den Flächeninhalt eines Trapezoids findet man, indem man von einem Eck desselben zu dem gegenüberliegenden eine gerade Linie (Diagonale) zieht, wodurch das Trapezoid in zwei Dreiecke getheilt wird.

Fig. 12.



Diese zwei gegenüberliegende Ecke verbindende Linie (Diagonale) wird als Grundlinie für beide Dreiecke angenommen. Wir haben also eine Grundlinie d und zwei Höhen h_1 und h_2. Der Flächeninhalt des größern Dreieckes ist $\frac{d \times h_2}{2}$, und der des kleinern $\frac{d \times h_1}{2}$. Beide zu-

sammen: $\frac{d \times h_1}{2} + \frac{d \times h_2}{2} = \left(\frac{h_1 + h_2}{2}\right) \times d.$

Das heißt: Der Flächeninhalt eines Trapezoids ist gleich der Diagonale multiplizirt mit dem arithmetischen Mittel aus den Höhen. $F = d \times h$, wenn F die Fläche, d die Diagonale, h den mittleren Durchschnitt der zwei Höhen bedeutet.

Beispiele.

1) Wie viel Quadratmeter hält ein Trapezoid nach der Form von Fig. 12, wenn $d = 117$ m, $h_1 = 33$ m, $h_2 = 47$ m?

Auflösung.

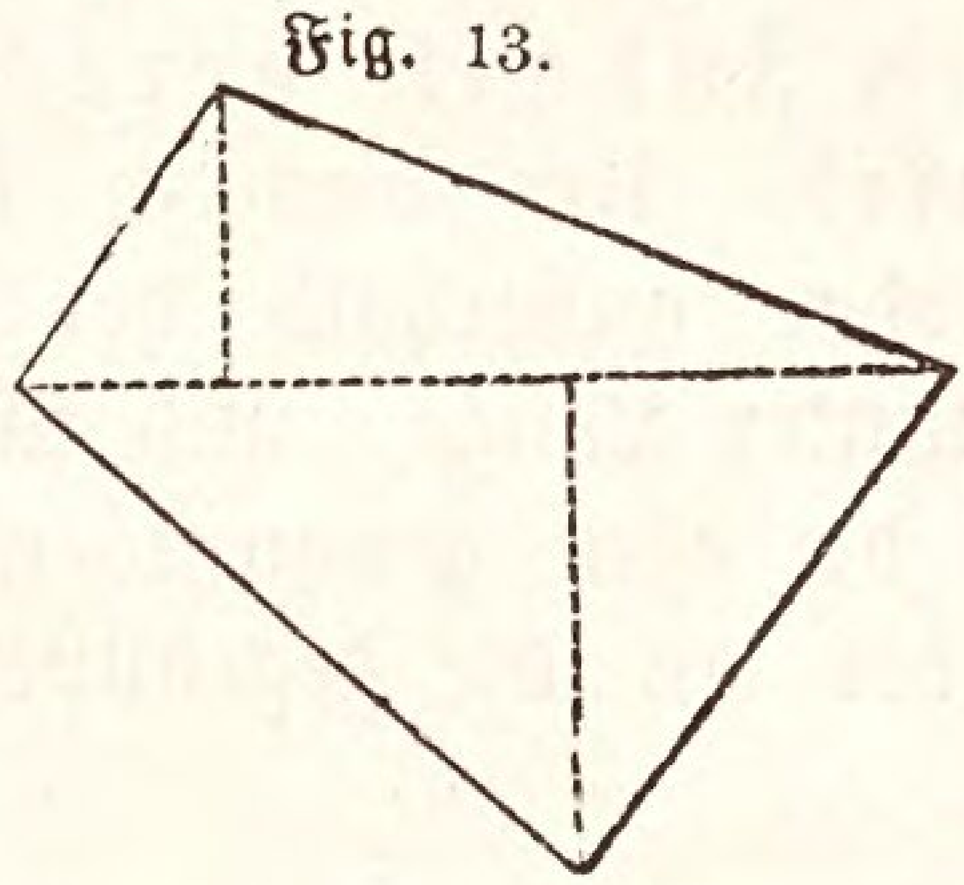
Es wird $h = \frac{h_1 + h_2}{2} = \frac{33 + 47}{2} = \frac{80}{2} = 40$; folglich: $F = 117 \times 40 = 4680$ □m.

2) Eine trapezoidförmige Wiese von der Form der Fig. 13 soll nach ihrem Flächeninhalt bestimmt werden. Wie viele Ar hält dieselbe, wenn die Diagonale 92 m, eine senkrechte Höhe 25 m, die andere 33 m mißt?

Auflösung.

Es ist der Flächeninhalt $= \left(\frac{25 + 33}{2}\right) \times 92 = \frac{58}{2} \times 92 = 29 \times 92 = 2668$ □m $= 26{,}68$ Ar, das ist 26 Ar 68 Quadratmeter (Centiar).

Fig. 13.



§. 14.

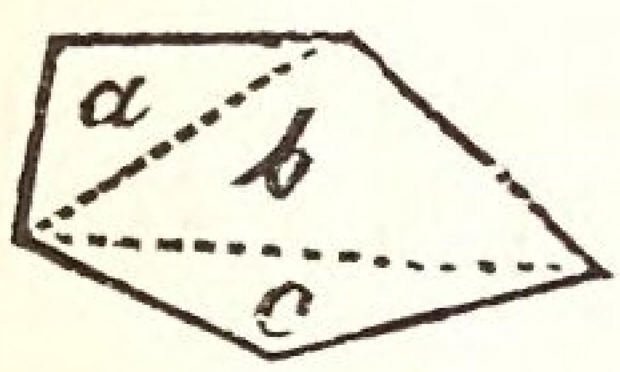
Vom Vieleck.

Wenn eine Figur mehr als vier Seiten oder Ecke hat, so nennt man sie ein Vieleck (Polygon). Die Vielecke werden nach der Anzahl der Seiten oder Ecke benannt. Eine Figur mit 5 Seiten oder Ecken heißt Fünfeck, mit 6 Seiten — Sechseck u. s. w.

1) Um den Flächeninhalt eines Vielecks zu finden, zerfällt man es in Dreiecke, berechnet den Inhalt der einzelnen Dreiecke, und addirt diese gewonnenen Flächeninhalte.

a) Ein Vieleck wird in Dreiecke verwandelt, wenn man von einem Eckpunkte aus zu den übrigen Ecken Diagonalen zieht.

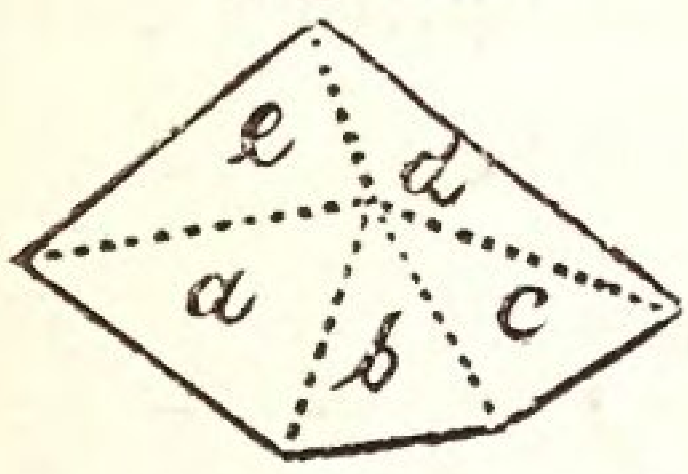
Fig. 14.



Man bekömmt auf diese Weise immer zwei Dreiecke weniger, als das Vieleck Seiten hat. Das nebenstehende Fünfeck zerfällt in drei Dreiecke.

b) Ein Vieleck wird in Dreiecke verwandelt, wenn man von einem in Mitte der Figur liegenden Punkte nach allen Ecken gerade Linien zieht.

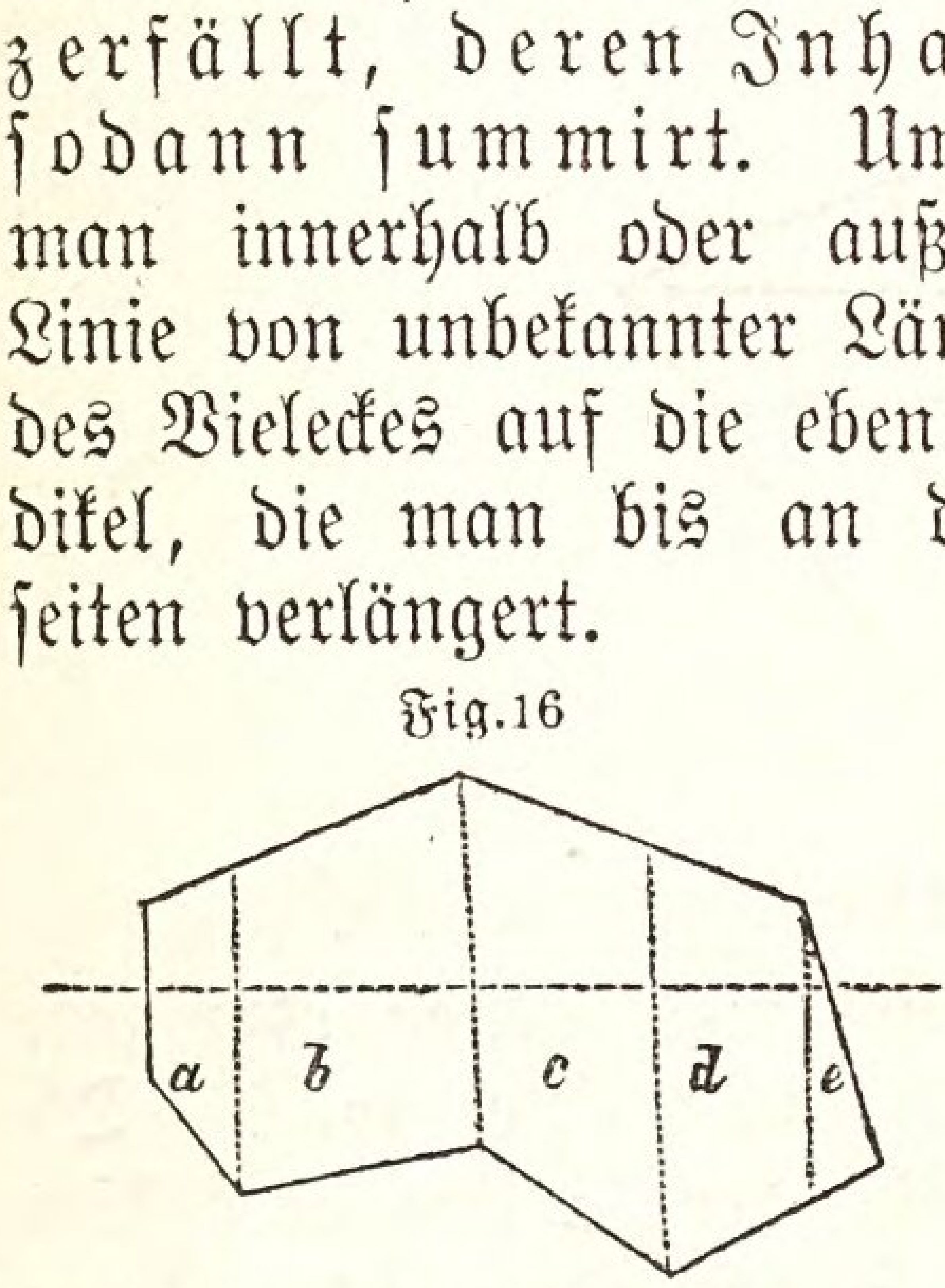
Fig. 15.



Diese Zerlegung gibt so viele Dreiecke, als die Figur Seiten hat.

2) Den Flächeninhalt eines Vielecks findet man auch, wenn man dasselbe in Trapeze zerfällt, deren Inhalte berechnet, und diese sodann summirt. Um dies zu bewerkstelligen zieht man innerhalb oder außerhalb der Figur eine gerade Linie von unbekannter Länge, und fällt von allen Ecken des Vieleckes auf die eben genannte gerade Linie Perpendikel, die man bis an die gegenübergelegenen Vielecksseiten verlängert.

Fig.16



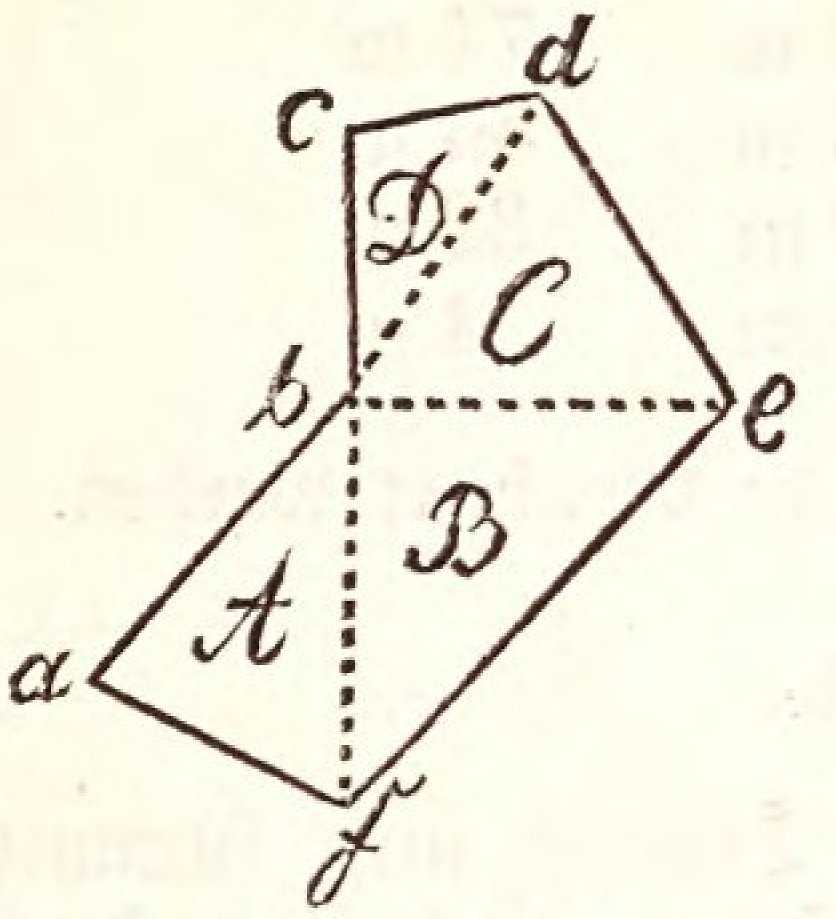
Am Anfang und Ende der Figur entstehen Dreiecke (möglicher Weise auch Trapeze, Rechtecke 2c.) und zwischen diesen die Trapeze.

In Beziehung auf die Inhaltsberechnung ist es gleich, welche Zerlegungsart man wählt. In der Regel wird aber die Zerlegung in Dreiecke vorgezogen, wenn das Vieleck ein geradliniges, d. h. ein von lauter geraden Linien begrenztes ist.

Beispiele.

1) Um den Flächeninhalt eines Sechseckes (Fig. 17) zu finden, ziehe man von b aus Diagonalen. Man erhält dadurch 4 Dreiecke. Zuerst berechnen wir das Dreieck A. Als Grundlinie nehmen wir a b = 61 m an. Um die Höhe zu finden, beschreiben wir, insoweit wir auf dem Papier messen, mit dem Zirkel vom Punkte f aus einen Kreisbogen, der die Grundlinie a b in einem Punkte berührt, von welchem Punkte aus nach f eine gerade Linie das Perpendikel bezw. die zu a b gehörige Höhe gibt. (Sie hat die Länge der Zirkelöffnung.) Auf dem Felde wird dieses Perpendikel mit Hilfe eines Winkelkreuzes gezogen werden. Es sei diese Höhe = 37 m, so haben wir: $\frac{61 \times 37}{2} = 1128{,}50$ □m.

Fig. 17.



Also Dreieck A = 1128,50 □m.

Gehen wir jetzt zum Dreieck B. Als Grundlinie nehmen wir die Seite f e; dann ist b die Spitze. f e ist = 85 m, die zu dieser Grundlinie gehörige Höhe ist = 39 m.

$$\frac{85 \times 39}{2} = \frac{3315}{2} = 1657{,}50 \text{ □m};$$

also Dreieck B = 1657,50 □m.

Beim dritten Dreieck C gelte e d als Grundlinie, folglich b als Spitze. e d = 50 m, die Höhe = 53 m.

$$\frac{50 \times 53}{2} = \frac{2650}{2} = 1325 \text{ □m};$$

also Dreieck C = 1325 □m.

Im vierten Dreieck D dürfte b d die geeignetste Grundlinie sein; folglich c die Spitze. b d = 55 m, die Höhe = 22 m.

$$\frac{55 \times 22}{2} = \frac{1210}{2} = 605 \text{ □m};$$

also Dreieck D = 605 □m.

Endlich summire man den Flächeninhalt dieser 4 Dreiecke.

Dreieck	A =	1128,50	□m
„	B =	1657,50	„
„	C =	1325,00	„
„	D =	605,00	„
Summa	=	4716	□m.

Das ganze Sechseck hält also 4716 □m = 47,16 Ar.

2) Figur 16 hat folgende Ausmaße:

	Parallelen:	Höhe:
Trap. a	38 m und 65 m	19 m
„ b	65 m „ 73 m	74 m
„ c	73 m „ 83 m	36 m
„ d	83 m „ 60 m	32 m
Dreieck e	Grundlinie 60 m	14 m

Es soll der Flächeninhalt der Figur berechnet werden.

Auflösung.

Man berechne die einzelnen Trapeze und summire sie. Die Summe ist der verlangte Quadratinhalt. Trap. $= \frac{(p_1 + p_2)}{2} \times h$. Da es aber bei einem Produkt gleich ist, in welchen Faktor ich dividire, so kann ich auch schreiben Trap. $= (p_1 + p_2) \frac{h}{2}$, d. h. ich kann entweder die halbe Summe der Parallelen mit der Höhe, oder die ganze Summe der Parallelen mit der halben Höhe multipliziren; ich kann ferner sogleich die mittlere Parallele suchen und mit der ganzen Höhe multipliziren; ich kann endlich jede der zwei Parallelen mit der ganzen Höhe multipliziren, die Produkte addiren und dann die Hauptsumme mit 2 theilen. (Zur Uebung kann man jede dieser vier Arten einschlagen.)

$$\text{Trap. a} = \frac{(38 + 65) \,.\, 19}{2} = 978{,}50 \;\square\text{m}$$

$$\text{Trap. b} = \frac{(65 + 73) \,.\, 74}{2} = 5106{,}00 \;\square\text{m}$$

$$\text{Trap. c} = \frac{(73 + 83) \,.\, 36}{2} = 2808{,}00 \;\square\text{m}$$

$$\text{Trap. d} = \frac{(83 + 60) \,.\, 32}{2} = 2288{,}00 \;\square\text{m}$$

$$\text{Dreieck e} = \frac{(60 \,.\, 14)}{2} = 420{,}00 \;\square\text{m}$$

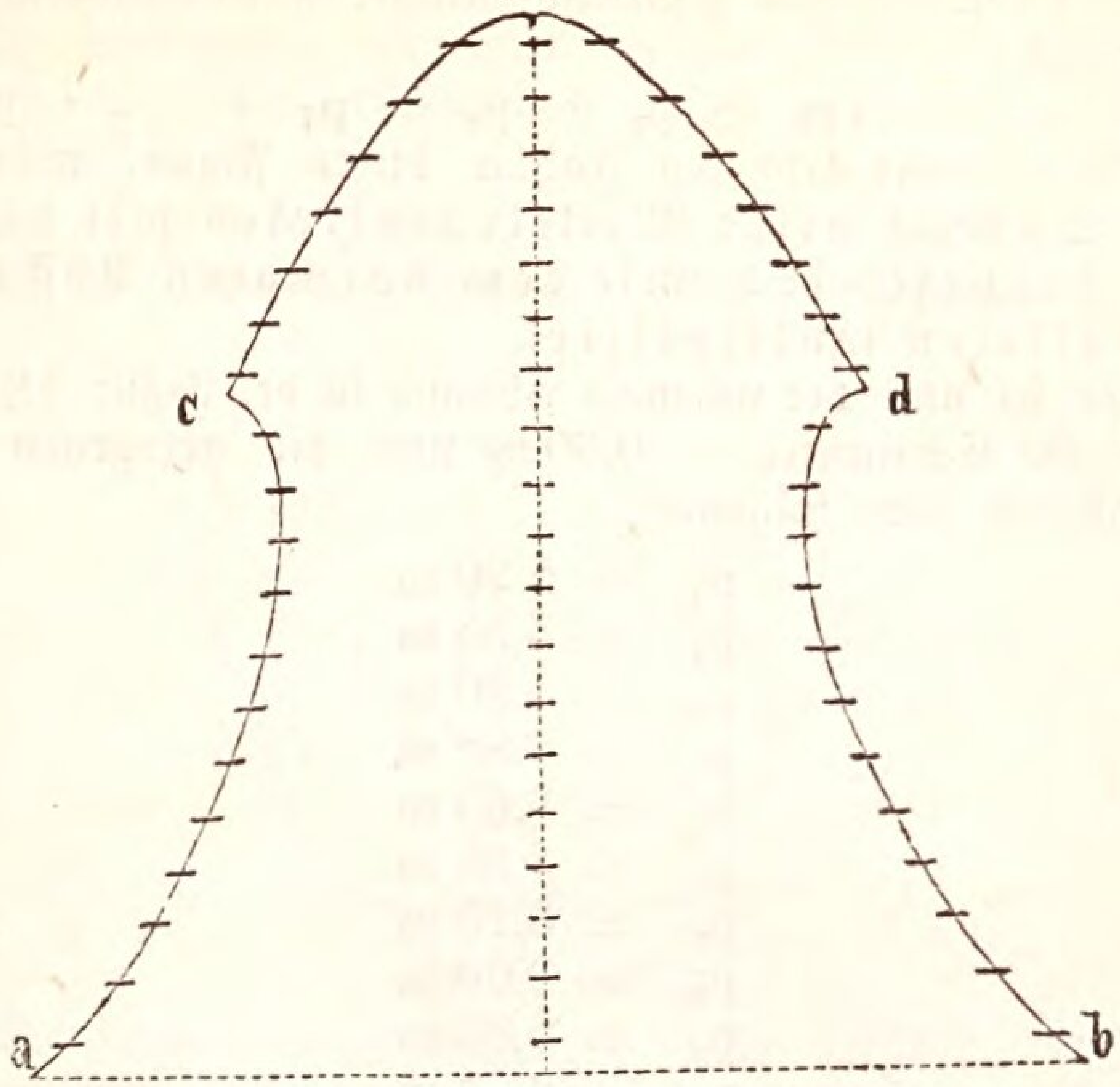
$$\text{Summa} = 11600{,}50 \;\square\text{m}$$

Zu bemerken ist, daß jedes Dreieck auch als ein Trapez betrachtet werden kann, dessen eine Parallele 0 ist. Es wäre daher auch:

$$\text{Dreieck e} = \frac{(60 + 0) \,.\, 14}{2} \left(\text{oder w. o.} = \frac{60 \,.\, 14}{2}\right).$$

Fig. 18.

3)



Die Kuppel eines Thurmes hat vier Seiten von der Gestalt der Figur 18. Mit dem Spengler hat man den Vertrag geschlossen, daß er für die Abdeckung mit Weißblech per Quadratmeter 8 ℳ 60 ₰ bekommt. Es frägt sich nun, wie viel Quadratmeter haben die vier Seiten der Kuppel, und wie hoch kommt die ganze Abdeckung?

Auflösung.

Zur Berechnung des fraglichen Flächeninhaltes theile man die Figur in lauter schmale Trapeze ab und gebe jedem die gleiche Höhe, den gleichen normalen Abstand. Bezeichnen wir diese Höhe resp. diesen normalen Abstand zunächst mit h. Statt aber nun die End-Parallelen zu messen, jedes Paar zu summiren und mit 2 zu dividiren, messe man sogleich unmittelbar auf der Fläche, oder auf dem Plane die Mittel-Parallelen, und zwar ziehe man die erste Mittel-Parallele über a b in einer Entfernung, einem Abstand von $\frac{1}{2}$ h $= \frac{h}{2}$, während die übrigen Parallelen h von einander entfernt sind. Daß die auf diese Weise gezogenen Parallelen sämmtlich Mittelparallelen sind, hievon kann man sich mit einem Maßstab überzeugen. Bezeichnen wir nun die in unserer Figur gezogenen Mittel-Parallelen mit p_1, p_2, p_3, p_4, . . . p_{19}, so wissen wir, daß die Inhalte der einzelnen Trapeze sind:

$$p_1 \times h,\ p_2 \times h,\ p_3 \times h \ldots p_{19} \times h,$$

mithin der Inhalt der ganzen Figur:

$$F = p_1 \times h + p_2 \times h + p_3 \times h + \ldots + p_{19} \times h,$$

oder, da h als ein gemeinschaftlicher Faktor auftritt, haben wir auch:

$$F = h \times (p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + \cdots + p_{19}).$$

Man findet also den Inhalt dieser Figur, wenn man die Summe aller Mittelparallelen mit der Höhe der Trapeze, d. h. mit dem normalen Abstand der Parallelen multiplizirt.

Es sei nun der normale Abstand in der Figur 18 nämlich h = 30 Centimeter = 0,30 m und die gezogenen Mittel-Parallelen seien folgende:

p_1	= 5,20 m
p_2	= 4,55 m
p_3	= 4,20 m
p_4	= 3,88 m
p_5	= 3,65 m
p_6	= 3,36 m
p_7	= 3,15 m
p_8	= 3,00 m
p_9	= 2,83 m
p_{10}	= 2,71 m
p_{11}	= 2,77 m
p_{12}	= 2,92 m
p_{13}	= 3,18 m
p_{14}	= 2,95 m
p_{15}	= 2,60 m
p_{16}	= 2,25 m
p_{17}	= 1,90 m
p_{18}	= 1,49 m
p_{19}	= 0,76 m
	57,35 m

Die Summe dieser 19 Parallelen ist = 57,35 m und dies mit 0,30 multiplizirt, gibt den Flächeninhalt der Figur: also

$$57{,}35 \times 0{,}30 = 17{,}21 \square \text{m}.$$

Die ganze Thurmkuppel hat vier solcher Flächen, folglich ist der Flächeninhalt derselben:

$$17{,}21 \times 4 = 68{,}84 \square \text{Meter}.$$

Da nun für das Quadratmeter 8 ℳ 60 ₰ zu bezahlen sind, so wird die Abdeckung der Thurmkuppel kosten:

$$68{,}84 \times 8{,}60 = 592{,}02 \text{ ℳ d. i.} = 592 \text{ ℳ}$$

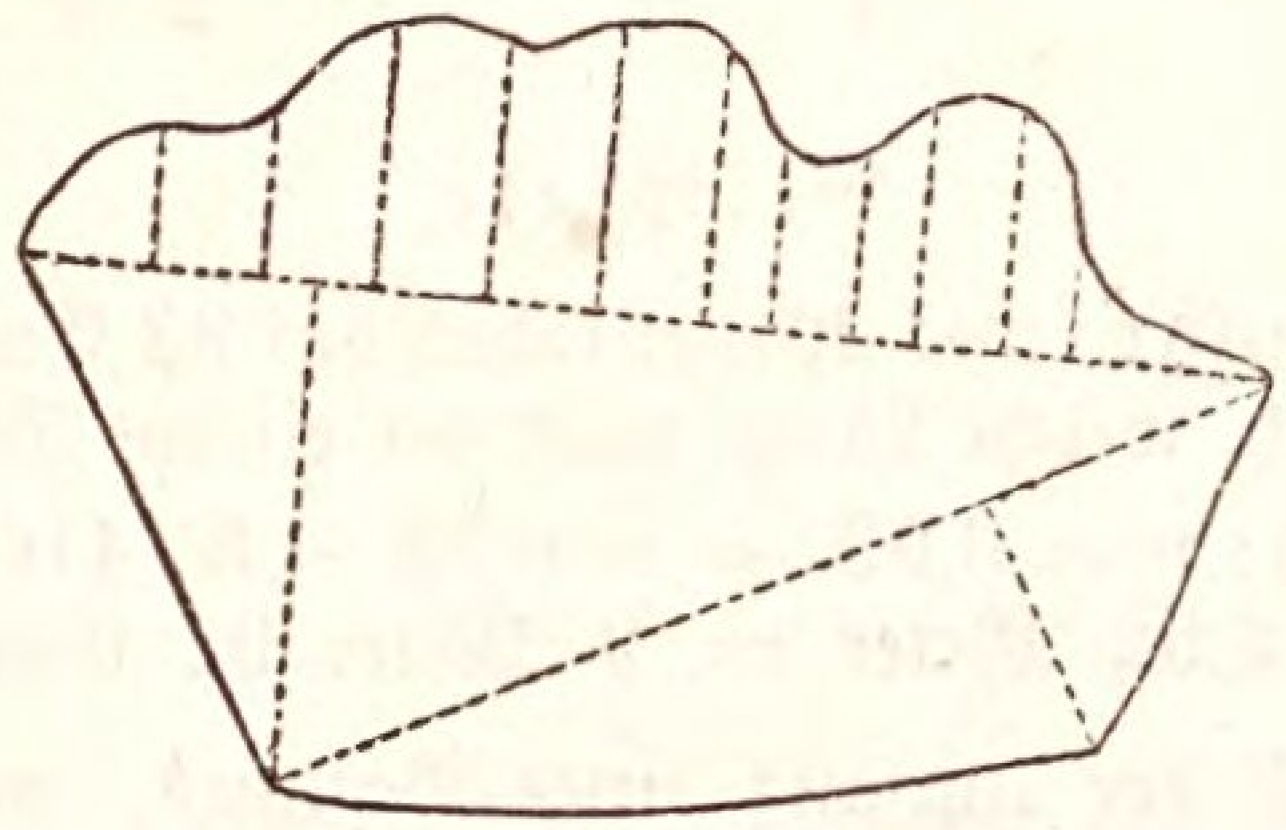
Aus diesem Beispiele läßt sich nun auch Folgendes ableiten:

Man findet den Flächeninhalt einer jeden von krummen Linien begrenzten Ebene, wenn man zwei äußerste Punkte derselben durch eine gerade Linie verbindet (deren normalen Abstand konstruirt), diese Linie in lauter gleiche Theile h theilt und durch jeden solchen Theilpunkt eine Normale zu der Geraden konstruirt, wodurch die Ebene in lauter Trapeze (bezw. an den äußersten Abschnitten in je ein Dreieck) zerlegt

wird, die dann einzeln berechnet und summirt werden. Oder: Man multiplizirt die Summe sämmtlicher Normalen mit ihrem normalen Abstand h, was den Flächeninhalt der Ebene gibt.

4) Man habe den Flächeninhalt eines Grundstückes von der Form der nachstehenden Figur 19 zu berechnen.

Fig. 19.



Auflösung.

Bei solchen unregelmäßigen, von geraden und krummen Linien umschlossenen Flächen wendet man zur Berechnung auch Dreiecke und Trapeze zugleich an. (Triangular- und Trapezial-Methode.) Man berechne die einzelnen Theile nach den gegebenen Anleitungen und summire sie dann.

§. 15.

Von der Kreislinie und der Kreisfläche.

a) Kreislinie.

Schon Archimedes hat die Entdeckung gemacht, daß die Kreislinie, auch Peripherie des Kreises genannt, $3^1/_7$ mal länger ist als ihr Durchmesser. Man findet daher den Umfang eines Kreises, wenn man den Durchmesser desselben mit $3^1/_7 = \frac{22}{7}$ (= 3,14 annäherungsweise) multiplizirt, und hat daher, wenn p die Peripherie, d den Durchmesser bedeutet, die Gleichung $p = d \times \frac{22}{7}$.

Genauere Berechnungen aber haben ergeben, daß dieser Bruch $\frac{22}{7}$ etwas zu hoch gegriffen ist, und daß man den Umfang eines Kreises findet, wenn

den Durchmesser d (oder den doppelten Halbmesser, Radius r) mit der sogenannten Ludolphischen Zahl $\pi = 3{,}1416$ multiplizirt.

Man hat daher die Gleichung:

$$p = d \,.\, \pi = 2\,r \,.\, \pi, \text{ und daraus:}$$

$$d = \frac{p}{\pi}; \text{ oder } r = \frac{p}{2\,\pi}.$$

Beispiele.

1) Der Durchmesser eines Wagenrades hat 93 Centimeter, welchen Umfang, d. h. welche Länge muß der eiserne Wagenreif haben?

Auflösung: $p = 0{,}93 \,.\, \pi = 0{,}93 \times 3{,}1416 = 2{,}921688$ m $= 2{,}92$ Meter $= 2$ Meter 92 Centimeter.

2) Wie groß ist der Umfang eines Baumes, wenn sein Durchmesser 41 Centimeter hat?

Auflösung: $p = 0{,}41 \times 3{,}1416 = 1{,}288056$ m $= 1{,}29$ Meter.

3) Wie groß ist die Einfassung eines runden Wasserbehälters, wenn sein Durchmesser 6 Meter 54 Centimeter ist?

Auflösung: $p = 6{,}54 \times 3{,}1416 = 20{,}546064$ m $= 20{,}55$ Meter $= 20$ Meter 55 Centimeter.

4) Wie groß ist der Radius eines Kreises, dessen Peripherie 31 Meter 35 Centimeter beträgt?

Auflösung: $r = \frac{p}{2\,\pi} = \frac{31{,}35}{2 \,.\, 3{,}1416} = 4{,}99$ Meter.

5) Wie hoch kommt ein Lattenzaun um einen kreisrunden Rasenplatz zu stehen, wenn der Durchmesser des Platzes 5 Meter beträgt und der laufende Meter Zaun 3 ℳ 50 ₰ kostet?

Auflösung. Der Umfang wird:

$$5 \times 3{,}1416 = 15{,}7080 \text{ m} = 15{,}71 \text{ m}.$$

Die Kosten für den ganzen Zaun betragen demnach:

15,71 × 3,50 = 54,9850 = 54 ℳ 99 ₰ bezw. 55 Mark.

Anmerkung. Bekanntlich wird jeder Kreis (sowie jeder Winkel) in 360 Grade (360°) eingetheilt. Man findet die Länge eines Bogens in Meter, wenn man die Peripherie des betreffenden Kreises mit dem Bruche multiplizirt, der zum Zähler die Grade des gegebenen Bogens (oder des dazu gehörigen Mittelpunktswinkels) und zum Nenner 360 hat.

Es sei z. B. der Radius eines Kreises = 1,5 Meter. Es soll die Länge eines Bogens von 20° bestimmt werden.

Auflösung. Die Peripherie des betreffenden Kreises ist:

$$2\,r \,.\, \pi = 2 \,.\, 1{,}5 \times \pi = 3 \,.\, 3{,}1416 = 9{,}4248 \text{ m};$$

mithin der Bogen: $9{,}4248 \times \frac{20}{360} = 9{,}4248 \times \frac{1}{18} = \frac{9{,}4248}{18}$ $= 0{,}5236$ m $= 52{,}4$ Centimeter.

b) Berechnung der Kreisfläche.

Eine Kreisfläche, auch blos Kreis genannt, kann in Beziehung auf den Quadratinhalt als ein Dreieck betrachtet werden, welches die Peripherie zur Grundlinie und den Halbmesser (Radius) zur Höhe hat.

Fig. 20.

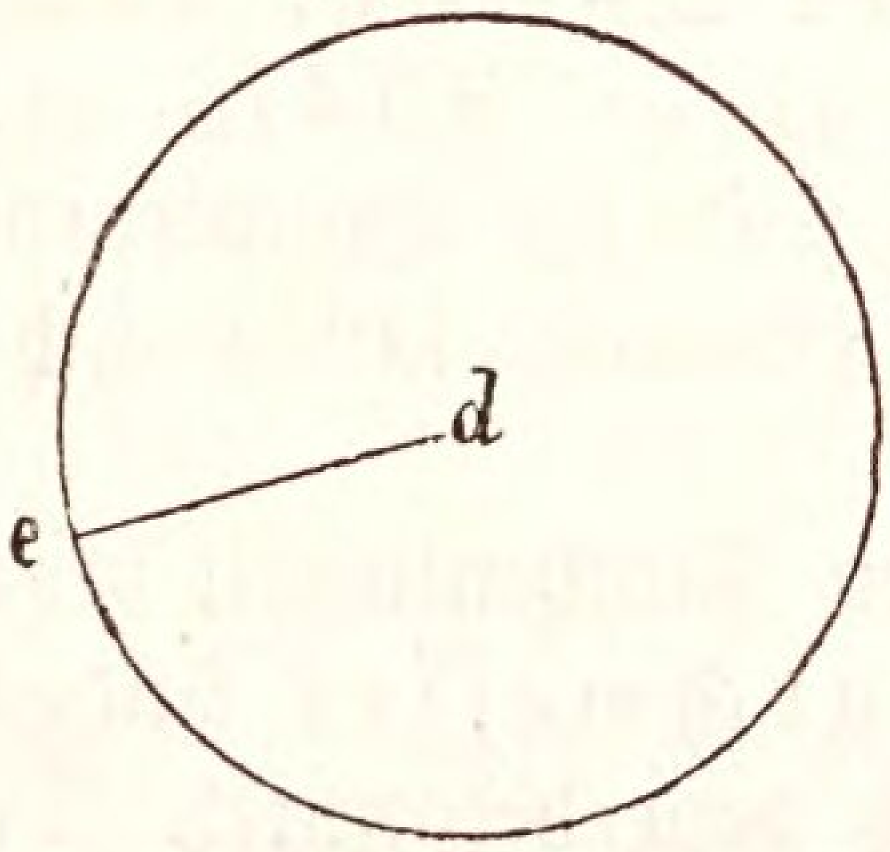
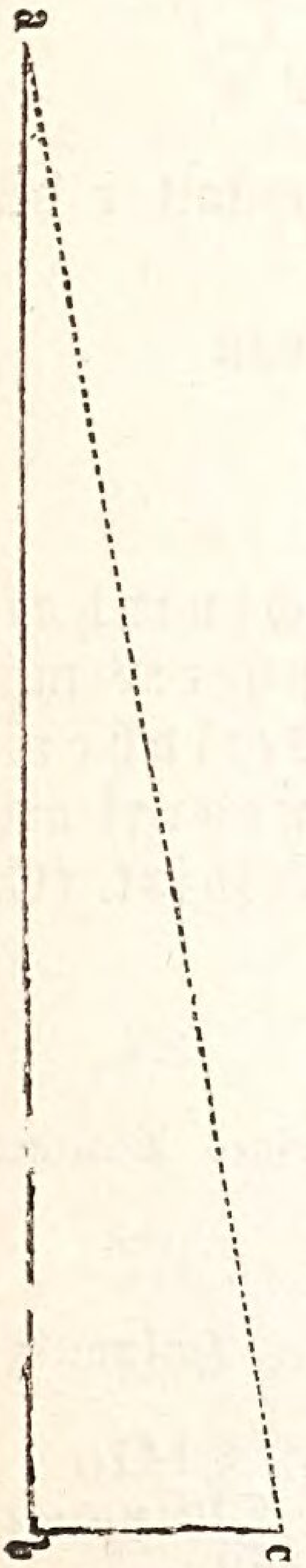


Fig. 21.



Das Dreieck Fig. 21 und der Kreis Fig. 20 sind dem Quadratinhalt nach einander gleich, da die Grundlinie a b nichts Anderes ist als die gerade gestreckte Kreislinie von Figur 20, und b c nichts Anderes als der Halbmesser d e.

Hieraus ergibt sich: Man findet den Flächeninhalt eines Kreises, wenn man die Peripherie mit dem Halbmesser, dem Radius, multiplizirt und das Produkt durch 2 dividirt. (A.)

Bedeutet f den Flächeninhalt, p die Peripherie und r den Radius des Kreises, so erhält man die Gleichung $f = \frac{p \times r}{2}$, oder mit Weglassung des Multiplikationszeichens $f = \frac{p\,r}{2}$. (1) Nun ist aber die Peripherie gleich dem Durchmesser oder dem doppelten Radius multiplizirt mit π, oder $p = d\,\pi = 2\,r\,\pi$; daher kann man in der obigen Gleichung (1) statt p den gleichgeltenden Ausdruck $2\,r\,\pi$ setzen, und man

erhält $f = \frac{2\,r\,\pi\,.\,r}{2} = r^2\,\pi$. (2) Mit Worten: Man erhält den Flächeninhalt eines Kreises, wenn man dessen Radius mit sich selbst multiplizirt, d. h. den Radius zum Quadrat erhebt, und dieses Quadrat noch mit der Ludolphischen Zahl $\pi = 3{,}1416$ multiplizirt. (B.)

(1) und (2) sind die Hauptformeln zur Berechnung der Kreisfläche. Hieraus lassen sich aber noch andere Formeln ableiten.

Wie man den Flächeninhalt blos aus dem bekannten Radius oder Durchmesser finden kann, so kann man ihn auch blos aus dem bekannten Umfang (Peripherie) berechnen. Denn

$$p = d\,\pi = 2\,r\,\pi, \text{ folglich } r = \frac{p}{2\,\pi}.$$

Setzt man in die Gleichung (1) $f = \frac{p\,r}{2}$ anstatt r den gleichgeltenden Ausdruck $\frac{p}{2\,\pi}$, so bekommt man

$$f = \frac{p}{2} \times \frac{p}{2\,\pi} = \frac{p^2}{4\,\pi} \quad (3)$$

Mit Worten: Man erhält den Flächeninhalt des Kreises, wenn man die Peripherie mit sich selbst multiplizirt, d. h. die Peripherie zum Quadrat erhebt, und dieses Quadrat mit der vierfachen Ludolphischen Zahl dividirt. (C.) (Dabei wird $4\,\pi = 12{,}5664$.)

Beispiele.

1) Welchen Flächeninhalt hat der Querschnitt eines Baumes, dessen Durchmesser 44 Centimeter ist?

Auflösung.

Ist der Durchmesser = 44, so wird der Halbmesser, Radius = 22, und man hat daher:

$f = 22^2\,.\,\pi = 22^2\,.\,3{,}1416 = 484\,.\,3{,}1416$
$= 1520{,}5344$ □Centimeter, d. i. $= 1521$ □Centimeter
$= 15$ □Decimeter und 21 □Centimeter.

2) An einem runden Tische sollen in der Regel 6 Personen Platz bekommen. Einer Person werden 73 Centimeter des Tischrandes eingeräumt. Wie viele Quadratmeter muß die Tischplatte halten?

Auflösung.

Der Tischrand bekömmt $73 \times 6 = 4{,}38$ Meter, mithin nach Gleichung (3):

$$f = \frac{4{,}38^2}{4 \cdot \pi} = \frac{4{,}38^2}{4 \cdot 3{,}1416} = \frac{19{,}1844}{4 \cdot 3{,}1416} = 1{,}53 \square \text{Meter}.$$

3) Was kostet ein rundes Fenster, das einen Durchmesser von 1,02 Meter hat, wenn das Quadratmeter mit 6 ℳ. 30 ₰ bezahlt wird?

Auflösung.

Der Halbmesser ist = 0,51 m, folglich:

$$f = 0{,}51^2 \cdot \pi = 0{,}51^2 \cdot 3{,}1416 = 0{,}2601 \times 3{,}1416 = 0{,}82 \square \text{Meter};$$

daher der Kostenbetrag:

$$0{,}82 \times 6{,}30 = 5{,}1660 = 5 \text{ ℳ } 17 \text{ ₰}.$$

4) Ein kreisrundes Bassin soll einen Flächeninhalt von 260 □Meter erhalten; mit welchem Radius ist dasselbe anzulegen?

Auflösung.

Der Flächeninhalt f ist $= r^2 \pi$, daher $r^2 = \frac{f}{\pi}$ und $r = \sqrt{\frac{f}{\pi}}$; $r = \sqrt{\frac{260}{3{,}1416}} = \sqrt{82{,}75} = 9{,}09$ Meter.

Anmerkungen. 1) Den Inhalt eines Kreisausschnittes (Fläche von zwei Radien und einem Kreisbogen begrenzt) findet man, wenn die Länge des Bogens b und der Radius r gegeben sind durch die Formel: $\frac{b \cdot r}{2}$, wenn der Bogen (oder der Mittelpunktswinkel) in Graden gegeben, durch $\frac{r^2 \cdot \pi \cdot b^0}{360}$. Es sei der Bogen 0,52 m, der Radius = 1,5 m, so ist:

$$F = \frac{1{,}5 \cdot 0{,}52}{2} = 1{,}5 \cdot 0{,}26 = 0{,}39 \square \text{Meter}.$$

Habe der Bogen 20°, so ist:

$$F = \frac{1{,}5^2 \cdot \pi \cdot 20}{360} = 0{,}39 \square \text{Meter}.$$

2) Den Inhalt eines Kreisabschnittes (Fläche von einer Sehne und einem Bogen begrenzt) findet man, wenn man zuerst den Inhalt des Kreisausschnittes berechnet, und dann den Inhalt des Dreiecks, welches von den beiden Radien und der Sehne gebildet wird, von ersterem Inhalt abzieht.

3) Den Inhalt eines Kreisringes findet man, indem man die beiden Kreisflächen berechnet, und dann die kleinere Fläche von der größeren abzieht. Ist R der Radius des größeren, r der des kleineren Kreises, so hat man für den Kreisring: $R^2 \pi - r^2 \pi$ oder $(R^2 - r^2) \pi$ d. h. auch:

Man subtrahirt das Quadrat des kleineren Radius von dem Quadrat des größeren und multiplizirt die entstandene Differenz mit der Ludolphischen Zahl. — (Die Differenz der Radien wird gewöhnlich die Breite des Ringes genannt.)

Das Produkt $(R^2 - r^2)\,\pi$ entsteht auch aus $(R + r) \times (R - r) \times \pi$ d. h.: Die Summe der beiden Radien multiplizirt mit ihrer Differenz und das so erhaltene Produkt mit der Ludolphischen Zahl multiplizirt, gibt den Inhalt des Kreisringes.

Ist z. B. der Radius des größeren Kreises 5,2 Meter, der des kleineren 4,3 Meter, so wird der Inhalt des Kreisringes:

$$(5{,}2^2 - 4{,}3^2)\,\pi = (27{,}04 - 18{,}49)\,\pi = 8{,}55 \,.\, \pi = 8{,}55 \times 3{,}1416 = 26{,}86 \;\square\text{Meter.}$$

Oder nach der weiteren Formel:

$$(5{,}2 + 4{,}3) \times (5{,}2 - 4{,}3) \times \pi = 9{,}5 \times 0{,}9 \times \pi = 8{,}55 \times 3{,}1416 = 26{,}86 \;\square\text{Meter.}$$

4) Der Inhalt eines Ringstückes findet sich aus den beiden Halbmessern und dem Mittelpunktswinkel mittels der Formel:

$$F = \frac{w\,.\,\pi}{360}\,(R^2 - r^2),$$ wobei w die Grade des Winkels bezeichnet.

Wenn z. B. ein Gewölbe den sog. lichten Halbmesser = 1,9 m hat und die Gewölbestärke 0,35 m, der Mittelpunktswinkel = 75° ist, so wird der Inhalt des Querschnittes sein:

$$F = \frac{75\,.\,\pi}{360}\,(2{,}25^2 - 1{,}9^2) = \frac{5}{24}\,.\,\pi \times 1{,}4525 = 0{,}95 \;\square\text{Meter.}$$

(Der äußere Radius wird 1,9 + 0,35 = 2,25 m.)

5) Der Umfang einer Ellipse wird gefunden, wenn man ihre größte Länge, die sog. große Axe, und ihre größte Breite, die sog. kleine Axe, je zum Quadrat erhebt, die Summe beider Quadrate durch 2 dividirt, aus dem Quotienten die Quadratwurzel zieht und diese Wurzel mit der Ludolphischen Zahl multiplizirt.

$$U = \sqrt{\frac{A^2 + a^2}{2}}\,.\,\pi$$

Annähernd ergibt sich der Umfang auch, wenn man die Längen der beiden Axen addirt, die Summe durch 2 dividirt und den Quotienten mit der Ludolphischen Zahl multiplizirt. $U = \frac{A + a}{2}\,.\,\pi$

6) Den Flächeninhalt der Ellipse findet man, wenn man die halbe große Axe mit der halben kleinen Axe und das so erhaltene Produkt noch mit der Ludolphischen Zahl multiplizirt.

$$F = \frac{A}{2}\,.\,\frac{a}{2}\,.\,\pi.$$

B. Körpermessung (Stereometrie).

Es dürfte für den Landwirth genügend sein, wenn die fünf vorzüglichsten geometrischen Körper: Prisma, Cylinder, Pyramide, Kegel und Kugel hier kurze Behandlung finden.

§. 16.

Vom Prisma.

Ein Prisma (Ecksäule) wird von zwei geradlinigen,

ebenen, congruenten,*) parallelen Flächen und ebensovielen Parallelogrammen begrenzt, als jede der beiden Flächen Seiten hat. Die beiden genannten Flächen heißen *Grundflächen*, die Parallelogramme *Seitenflächen* des Prisma. Es ist wohl zu beachten, daß bei einem Prisma die Grundflächen Dreiecke, Vierecke und Vielecke sein können, während die Seitenflächen stets Parallelogramme sind. Ein Perpendikel von einer Grundfläche auf die andere *oder ihre Verlängerung* gefällt, heißt *Höhe* des Prisma. Ein Prisma nennt man dreiseitig, vierseitig, fünfseitig u. s. w.**), wenn die Grundflächen Dreiecke, Vierecke, Fünfecke u. s. w. sind.

Unter den Prismen sind besonders zu merken das Parallelepipedum und der Würfel.

Wenn im Prisma auch die *Grundflächen* Parallelogramme sind, so heißt ein solches Prisma *Parallelepipedum*. Ein viereckiger Thurm, ohne Kuppel gedacht, ein viereckiges Gebäude ohne Dachstuhl, ein viereckiges Zimmer ist ein Parallelepipedum. Das Parallelepipedum kann rechtwinklig oder schiefwinklig sein.

Ein rechtwinkliges Parallelepipedum, dessen Oberfläche aus lauter Quadraten besteht, heißt *Würfel* oder *Kubus*. Beim Würfel sind alle Seiten einander gleich; weiß ich eine Seite, so ist mir der ganze Würfel bekannt. Der Inhalt ist immer die dritte Potenz der Seite (Kante) in Zahlen ausgedrückt —. (S. §. 10. Kubus und Kubikwurzel.) Der Würfel ist daher der einfachste Körper und dient deswegen als Maß der übrigen Körper; d. h. wenn ich den Inhalt eines Körpers bestimmen will, so muß ich angeben, wie viele Kubik-Centimeter, Kubik-Meter ꝛc. er umfasse.

Der körperliche Inhalt (Kubikinhalt) eines Prisma ist das Produkt aus der Grundfläche in die Höhe desselben; d. h. ich finde den Kubikinhalt des Prisma, wenn ich zuerst den Quadrat-

---

*) Zwei Flächen heißen congruent, wenn sie, aufeinander gelegt, sich durchaus decken.

**) Uebrigens sagt man auch dreieckiges, viereckiges ꝛc. Prisma.

inhalt seiner Grundfläche berechne, und dann den Flächeninhalt mit der Höhe multiplizire.

Bedeutet c den Kubikinhalt, g die Grundfläche, h die Höhe, so ist diese Regel kurz durch die Gleichung ausgedrückt: $c = g\,h$; folglich ist $g = \frac{c}{h}$, und $h = \frac{c}{g}$.

Anmerkung. Es hat manchmal Schwierigkeit, die Prismengestalt zu erkennen. Vor Allem suche man die Seitenflächen auf. Sie sind Parallelogramme. Solche Parallelogramme muß ein Prisma wenigstens drei haben; es kann aber auch mehrere haben, je nach der Gestalt der zwei Grundflächen. Hierauf suche man die Grundflächen. Man lasse sich durch den Namen Grundfläche nicht irre führen. Der Ungeübte sieht Anfangs die Prismengestalt an einem Prisma nur dann, wenn dessen eine Grundfläche auf dem Boden steht und die andere Grundfläche (Deckfläche) nach oben sieht, und wird irre, wenn eine Seitenfläche auf dem Boden liegt. — Manchmal sind auch verschiedenseitige Prismen zu einem Körper mit einander verbunden, z. B. bei einem gewöhnlichen Bauernhaus mit Satteldach. Denkt man den Dachstuhl abgehoben, so ist das übrig Bleibende ein Parallelepipedum, und der Dachstuhl ist ein dreiseitiges Prisma, welches auf einer Seite aufliegt. Ein Keil, ein Graben, der Raum eines Leiterwagens, der Raum eines Zimmers 2c. haben Prismengestalt.

Beispiele.

1) Ein Graben ist unten 0,60 m, oben 1,75 m breit, 1,15 m tief und 350 m lang; welches ist sein Kubikinhalt?

Antw. Dieser Graben ist ein Prisma, seine beiden Grundflächen bilden ein Trapez. Der Inhalt des Trapezes ist

$$\left(\frac{0{,}60 + 1{,}75}{2}\right) \times 1{,}15 = 1{,}35 \;\square\text{m}$$

Diesen Inhalt multiplizirt man mit der Länge des Prisma (hier die Länge des Grabens), also:

$$1{,}35 \times 350 = 472{,}50 \text{ Kubikmeter.}$$

2) Eine Jauchengrube, welche die Form eines Parallelepipedum hat, ist 3,50 m lang, 2,35 m breit und 1,15 m tief; a) wie viel Kubikmeter hält sie, und b) wie viel Quadratmeter Boden kann man mit der Gülle düngen, die in diese Grube geht?

Auflösung.

a) Der Kubikinhalt wird:

$$3{,}50 \times 2{,}35 \times 1{,}15 = 9{,}46 \text{ Kubikmeter.}$$

b) Man rechnet auf ein Quadratmeter ca. $12^1/_2$ Liter Gülle; 1 Liter ist = 1 Kubikdecimeter = 0,001 Kubikmeter. Wir haben demnach $12^1/_2$ oder 12,5 Liter = 0,0125 Kubikmeter Gülle für 1 □Meter, folglich:

$$\frac{9{,}46}{0{,}0125} = 756{,}8 \;\square\text{Meter d. i. ca. 7 Ar 57 }\square\text{Meter.}$$

3) Eine Düngergrube hat die Gestalt eines Keils. Dieselbe ist 11,65 Meter lang, 4,95 Meter breit und 1,20 Meter tief; a) wie viel Kubikmeter hält die Grube, b) wie viel Kilogramm Dünger sind darin, wenn sie voll ist, c) wie viel mögen es Fuder sein?

Auflösung.

a) Wir haben ein Prisma, welches auf einer Seitenfläche liegt. Die Grundfläche dieses Prisma ist ein Dreieck mit der Grundlinie 11,65 m und der Höhe 1,20 m, mithin

$$\text{dessen Flächeninhalt} = \frac{11{,}65 \times 1{,}20}{2} = 6{,}9900 \;\square\text{m}$$
$$= 7 \;\square\; \text{Meter.}$$

Diese Grundfläche mit der Höhe des Prisma, die hier die oben angegebene Breite bildet, multiplizirt, gibt den Kubikinhalt; also $= 7 \times 4{,}95 = 34{,}65$ Kubikmeter = ca. 35 Kubikmeter.

b) Ein Kubikmeter von noch nicht zersetztem Rindviehmist wiegt in seinem gewöhnlichen mäßig feuchten Zustand 560 bis 630 Kilogramm, von halb zergangenem 780 bis 890 Kilogramm und von ganz zersetztem 1060 bis 1200 Kilogramm. Nehmen wir hier einen Dünger von der letzten Qualität, so können wir das Kubikmeter = 1130 Kilogramm setzen und wir hätten: $35 \times 1130 = 39550$ Kilogramm (oder ca. 787 Centner).

c) Das Gewicht eines zweispännigen Fuders ist natürlich verschieden, 890 bis 1340 Kilogramm. Hier nehmen wir an 1120 Kilogramm. Es wären demnach in der Düngergrube $\frac{39550}{1120} = 35^1/_3$ Fuder.

4) Jemand läßt einen Kartoffelwagen machen. Er bildet, wie gewöhnlich, ein Prisma, dessen Grundflächen Trapeze sind. Die untere Parallele des Trapezes ist 60 Centimeter, die obere 90 Centimeter, die Distanz der beiden Parallelen 60 Centimeter, die Länge des Wagens 4,65 Meter. Wie viel Kubikmeter hält dieser Wagen und wie viel Hektoliter Kartoffel kann man bis zur Füllung aufladen?

Auflösung.

$$\frac{0{,}60 + 0{,}90}{2} \times 0{,}60 \times 4{,}65 = \frac{1{,}50 \times 0{,}60 \times 4{,}65}{2}$$
$$= 2{,}0925 \text{ Kubikmeter} = 2{,}093 \text{ Kubikmeter.}$$

Da nun 1 Hektoliter = 0,1 Kubikmeter (nämlich 1 Liter = 1 Kubikdecimeter und 100 Liter = 100 Kubikdecimeter = 0,1 Kubikmeter), so wird man auf den gebauten Wagen aufladen können:

$$\frac{2{,}093}{0{,}1} = 20{,}93 \text{ Hektoliter also ca. 21 Hektoliter.}$$

5) Wie viel Kubikcentimeter hat ein nach den vorgeschriebenen Maßen gemachter Ziegelstein?
Antw. Ein Ziegelstein ist ein Parallelepipedum. Er soll vorschriftsmäßig nach dem früheren Duodecimalmaß 14 Zoll lang, 7 Zoll breit und $2\frac{1}{2}$ Zoll dick sein. Diese Dimensionen rechnen sich nach dem neuen Maße um in: 34,05 Centimeter lang, 17,03 Centimeter breit und 6,07 Centimeter dick. Der Kubikinhalt ist demnach: $34{,}05 \times 17{,}03 \times 6{,}07 = 3520$ Kubikcentimeter.

6) Wie viel Kubikcentimeter nimmt ein Ziegelstein von obigen Ausmaßen ein, wenn der Mörtelverband 1,20 Centimeter beträgt?
Antw. Wird der Anwurf außer Anschlag gelassen, so addirt man zu der Breite und Dicke 1,20 Centimeter, und multiplizirt wie vorher:

$34{,}05 \times 18{,}23 \times 7{,}27 = 4513$ Kubikcentimeter.

Anmerkung. Unter den obigen Voraussetzungen erfordert ein Kubikmeter Mauerwerk $221\frac{1}{2}$ Backsteine (220 Backsteine).

7) Jemand will eine Mauer aufführen, die 26,25 Meter lang, 2,90 Meter hoch und einen Stein dick ist; wie viel Backsteine braucht er hiezu?

Auflösung.

Zuerst berechnet man den Kubikinhalt der Mauer. Er ist, wenn nach Obigem die Länge eines Steines, welche hier die Dicke der Mauer, = 34 Centimeter genommen wird:

$26{,}25 \times 2{,}90 \times 0{,}34 = 25{,}88$ Kubikmeter.

Auf ein Kubikmeter gehen 220 Backsteine, daher $25{,}88 \times 220 = 5694$ Steine. Wegen des Abganges rechne man noch 4% dazu, sohin $5694 + 228 = 5922$ Steine.

§. 17.

Vom Cylinder.

Der Cylinder, zu deutsch Walze, wird begrenzt von zwei gleich großen parallelen Kreisflächen — Grundflächen genannt — und einer krummen Seitenfläche. Die Linie, welche die zwei Mittelpunkte der Kreisflächen verbindet, heißt Axe des Cylinders. Das Perpendikel von der oberen Grundfläche auf die untere oder deren Verlängerung ist die Höhe der Walze. Der Kubikinhalt des Cylinders wird gefunden, wie der Kubikinhalt des Prisma. Man multiplizirt den Quadratinhalt der Grundfläche des Cylinders mit seiner Höhe.

Die Grundfläche ist hier eine Kreisfläche, deren Quadratinhalt, wie wir oben sahen, entweder durch den Radius oder durch die Peripherie ausgedrückt wird; daher die zwei Formeln für den Kubikinhalt des Cylinders:

$$(1)\ c = r^2 \pi h; \quad (2)\ c = \frac{p^2 \cdot h}{4 \pi}.$$

Ist der Durchmesser oder Halbmesser unmittelbar gegeben, so wird man die erste Formel brauchen; ist aber der Umfang gegeben, so wird es einfacher sein, nach der zweiten Formel zu rechnen.

Beispiele.

1) Welchen Kubikinhalt hat ein Cylinder, der 14,60 Meter lang ist und 88 Centimeter Durchmesser hat?

Auflösung.

Man multiplizire die Grundfläche mit der Höhe. Die Grundfläche findet man, wenn man den Halbmesser zum Quadrat erhebt und dieses mit der Zahl $\pi = 3{,}1416$ multiplizirt. Der Halbmesser r wird $= \frac{88}{2} = 44 = 0{,}44$ Meter daher: $r^2 \pi = (0{,}44)^2 \cdot 3{,}1416 = 0{,}6082$ □ Meter. Der Quadratinhalt der Grundfläche ist also: 0,61 □ Meter.

Diese Grundfläche wird hierauf mit der Höhe multiplizirt: $0{,}61 \times 14{,}60 = 8{,}906$ Kubikmeter oder $= 8{,}9$ Kubikmeter. Der fragliche Cylinder hat also 8,9 Kubikmeter.

2) Wie groß ist der Kubikinhalt einer Walze, wenn sie 2,42 Meter Umfang und 4,35 Meter Länge hat?

Auflösung.

Nach Formel (2) ist der Kubikinhalt

$$= \frac{p^2\ h}{4 \cdot \pi} = \frac{(2{,}42)^2 \times 4{,}35}{4 \cdot 3{,}1416} = 2{,}027 \text{ Kubikmeter.}$$

3) Wenn eine Walze 13,15 Meter Länge und 36 Centimeter Durchmesser hat, wie groß ist ihr Kubikinhalt?

Auflösung.

$$\text{Kubikinhalt} = r^2 \pi \cdot h = \left(\frac{0{,}36}{2}\right)^2 \cdot 13{,}15 \times 3{,}1416$$

$$= (0{,}18)^2 \cdot 13{,}15 \times 3{,}1416 = 1{,}339 \text{ Kubikmeter}$$

d. i. = 1,4 Kubikmeter.

4) Es soll ein cylinderförmiger Brunnen gegraben werden, dessen Tiefe 6,80 Meter und dessen äußerer Durchmesser 1,90 Meter ist; wie viel Kubikmeter Erde sind auszuwerfen?

Antw. $r^2 \pi h = \left(\frac{1,90}{2}\right)^2 . 6,80 . 3,1416$
$= 19,28$ Kubikmeter $= 19,3$ Kubikmeter.

Anmerkung. Die krumme Oberfläche, den Mantel des Cylinders, bildet aufgerollt ein Rechteck (Parallelogramm), dessen Länge gleich dem Umfange des Cylinders und dessen Breite die Höhe ist. Mithin ist der Flächeninhalt eines Cylindermantels $= 2 r \pi . h$.

Aufgabe.

Wie viele Quadratmeter Blech fordert eine cylinderförmige Kufe sammt Deckel, wenn deren Weite 1 Meter, deren Höhe 1,75 Meter betragen soll?

Auflösung.

1) Die Bodenfläche = der Deckelfläche $= r^2 \pi$, folglich zusammen $= 2 r^2 \pi$.
2) Die Wand $= 2 r \pi . h$.
r wird $= \frac{1}{2}$ Meter $= 0,5$ Meter, mithin:
1) $2 r^2 \pi = 2 \times 0,5^2 \times 3,1416 = 1,57$ □Meter.
2) $2 r . \pi . h = 2 \times 0,5 \times 3,1416 \times 1,75 = 5,50$ □Meter.

Zu der ganzen Kufe ist der Bedarf an Blech:
$1,57 + 5,50 = 7,07$ □Meter.

§. 18.

Von der Pyramide.

Die Pyramide (Spitzsäule) wird von einer beliebigen, geradlinigen Fläche und so vielen Dreiecken begrenzt, als jene Fläche Seiten hat, der Art, daß alle diese Dreiecke außerhalb jener Fläche in einem Punkt zusammenlaufen.

Jene Fläche von beliebig vielen Seiten heißt Grundfläche; die Dreiecke heißen Seitenflächen, der Punkt, worin sich die Dreiecke vereinigen, ist die Spitze der Pyramide. Ist die Grundfläche der Pyramide ein Dreieck, Viereck, Fünfeck u. s. w., so heißt sie dreiseitig, vierseitig, fünfseitig u. s. w. Ein Perpendikel von der Spitze auf die Grundfläche oder deren Verlängerung heißt die Höhe der Pyramide.

Die Pyramide ist stets der dritte Theil eines Prisma, welches mit ihr gleiche Höhe und gleiche Grundflächen hat. Man findet daher den Kubikinhalt der Pyra-

mide, wenn man den Quadratinhalt ihrer Grundfläche mit der Höhe multiplizirt und das Produkt mit 3 dividirt.

$$c = \frac{g\,h}{3}.$$

Wird von der Pyramide der obere Theil parallel zur Grundfläche weggeschnitten, so heißt man den übrig bleibenden Theil abgestumpfte Pyramide.

Den Kubikinhalt der abgestumpften Pyramide erhält man annäherungsweise, wenn man den mittleren Durchschnitt zwischen der oberen und unteren Grundfläche mit der Höhe der abgestumpften Pyramide multiplizirt.

Sei G die untere, g die obere Grundfläche und h die Höhe der abgestumpften Pyramide, so hat man:

$$c_1 = \frac{G + g}{2} \,.\, h.$$

Dabei wird der Pyramidenstumpf als Prisma behandelt, was wohl angeht, wenn zwischen beiden Grundflächen kein zu großer Unterschied besteht.

Genauer erhält man den Kubikinhalt der abgestumpften Pyramide, wenn man zur unteren Grundfläche die obere Grundfläche, dann die Quadratwurzel aus dem Produkte beider Grundflächen addirt und diese Summe mit dem 3. Theil der Höhe multiplizirt, also: $c_1 = (G + g + \sqrt{G\,g})\,\frac{h}{3}.$

Beispiele.

1) Eine Pyramide habe folgende Verhältnisse: Die Grundfläche ist ein Rechteck, von dem die eine Seite 5,25 Meter, die andere 8,75 Meter hat; die Höhe der Pyramide beträgt 11,65 Meter. Welches ist der Kubikinhalt dieser Pyramide?

Nach der Formel $c = \frac{g\,h}{3}$ ist also zunächst g zu suchen.
Es ist $g = 5{,}25 \times 8{,}75 = 45{,}9375 = 45{,}94$ □Meter,
mithin $c = \frac{45{,}94 \times 11{,}65}{3} = \frac{535{,}2}{3} = 178{,}4$ Kubikmeter.

2) Die obere Grundfläche einer abgestumpften Pyramide sei 17 □Meter, die untere 29,80 □m, die Höhe 23,35 Meter; welchen Kubikinhalt hat diese abgestumpfte Pyramide?

Antw. $c_1 = \frac{G + g}{2} . h = \frac{29,80 + 17}{2} . 23,35$

$= \frac{46,80}{2} . 23,35 = 23,40 \times 23,35 = 546,4$ Kubikmeter.

Oder genauer: $c_1 = (G + g + \sqrt{G\, g})\, \frac{h}{3} =$

$(29,80 + 17 + \sqrt{29,80 . 17}) . \frac{23,35}{3} =$

$(46,80 + 22,50) . \frac{23,35}{3} = 69,30 . \frac{23,35}{3}$

$= 539,4$ Kubikmeter.

§. 19.

Vom Kegel.

Der Kegel wird von einer Kreisfläche — Grundfläche genannt — und von einer krummen Seitenfläche, die in eine Spitze ausläuft, umgrenzt. Das Perpendikel von der Spitze auf die Grundfläche ist dessen Höhe. Der Kegel ist der dritte Theil eines Cylinders, der mit ihm gleiche Grundfläche und gleiche Höhe hat. Seinen Kubikinhalt erhält man, wenn man seine Grundfläche mit seiner Höhe multiplizirt und mit 3 dividirt.

In Buchstaben ausgedrückt:

$$(1)\ c = \frac{r^2\, \pi\, h}{3},$$

wobei c den Kubikinhalt, r den Halbmesser der Grundfläche, h die Höhe des Kegels bedeutet.

Ist zunächst nicht der Halb- oder Durchmesser, sondern der Umfang der Grundfläche gegeben, so wähle man auch hier, wie beim Cylinder, die zweite Formel und sage:

$$(2)\ c = \frac{p^2\, h}{3 . 4\, \pi} = \frac{p^2\, h}{12 . \pi}.$$

Beispiele.

1) Ein Getreidestrohhaufen hat die Form eines Kegels. Der Durchmesser ist 2,90 Meter, die Höhe 4,40 Meter; welchen Kubikinhalt hat dieser Strohhaufen?

Antw. $c = \frac{r^2 \pi . h}{3} = \frac{(1,45)^2 . 3,1416 . 4,40}{3}$

$= (1,45)^2 . 1,0472 . 4,40 = 9,688$ Kubikmeter

d. i. $= 9,7$ Kubikmeter.

2) Ein Oekonom möchte eine schöne schlanke Fichte verkaufen, doch aber vorher wissen, wie viel Kubikmeter sie halte; wie wird er den Kubikinhalt ermitteln?

Auflösung.

Er mißt zuerst die Höhe vermittelst des Schattens. Zu diesem Behufe steckt er eine etwa 3 Meter lange Stange 10 Centimeter tief senkrecht in den Boden und mißt den Schatten dieser Stange und sogleich nachher auch den Schatten des Baumes. Er habe den Schatten der Stange 2,35 m und den Schatten des Baumes 17,50 m gefunden. Nun setzt er die Proportion an:

Der Stangen-Schatten verhält sich zur Stangen-Länge, wie sich verhält der Baum-Schatten zur Baum-Höhe. Die Stangen-Länge über dem Boden wird noch sein, 2,90 Meter, daher: $2,35 : 2,90 = 17,50 : x$

$x = 21,60$ Meter.

Er hat auch ca. 1 Meter über dem Boden den Umfang der Fichte mit einem Meßband gemessen und denselben 1,60 Meter gefunden. Er hat demnach nach Formel (2):

$$c = \frac{(1,60)^2 . 21,60}{12 . 3,1416} = 1,5 \text{ Kubikmeter.}$$

Der Baum hat also, die Kegelform vorausgesetzt, 1,5 Kubikmeter Inhalt (d. i. $1^1/_2$ Ster Holz).

3) Man kauft 100 Hopfenstangen, durchschnittlich 8 Meter lang, um 25 Mark. Frage: Wie viel Kubikmeter Holz kauft man auf diese Weise?

Auflösung.

Um dieses zu berechnen, muß man den durchschnittlichen Umfang am dicken Stangen-Ende ermitteln. Dieser Umfang sei 17 Centimeter. Die Stangen haben Kegelform und man hat also wieder nach Formel (2):

$$c = \frac{(0,17)^2 . 8}{12 . 3,1416} = \frac{(0,17)^2}{3 . 1,5708} = \frac{0,0289}{4,7124} =$$

$= 0,00613$ Kubikmeter.

Das ist der Kubikinhalt für eine Stange, folglich für 100 Stangen $= 0,00613 \times 100 = 0,613$ Kubikmeter.

Anmerkung 1. Die krumme Oberfläche des Kegels — der Kegelmantel — ist gleich einem Dreiecke, dessen Grundlinie gleich dem Umfange der Grundfläche ($2 r \pi$) und dessen Höhe gleich der Seitenlänge (s) des Kegels ist; also:

$$M = 2 r \pi . \frac{s}{2} = r \pi . s.$$

Aufgabe.

Das kegelförmige Dach eines Thurmes soll mit Kupferblech bedeckt werden. Wie viel braucht man dazu, wenn das Dach 3,50 Meter im Durchmesser und eine Seitenlänge von 3 Meter hat?

Auflösung. Es ist $r = 1{,}75$ Meter daher:

$$M = 1{,}75 \times 3 \times 3{,}1416 = 16{,}49 \; \square \text{Meter}.$$

Man braucht also 16,49 □Meter Kupferblech.

Anmerkung 2. Den Inhalt eines Kegels, dessen Radius r und Längenseite s bekannt ist, findet man aus der Formel

$$c = \sqrt{s^2 - r^2} \text{ oder } = \sqrt{(s + r)(s - r)}.$$

§. 20.

Vom abgestumpften (abgekürzten) Kegel oder Kegelstumpf.

Wird dem Kegel der obere Theil parallel zur Grundfläche abgeschnitten, so ist der übrig bleibende Theil ein abgestumpfter Kegel oder Kegelstumpf. Solche Kegelstumpfe sind z. B. Fichten, deren Wipfel weggesägt worden sind, viele Gefäße und Maße u. s. w.

Wie wird nun der Kubikinhalt eines Kegelstumpfes gefunden?

Annähernd auf folgende Weise:

Man sucht das arithmetische Mittel zwischen dem größeren und kleineren Durchmesser des Kegelstumpfes und behandelt den Kegelstumpf gleich einem Cylinder, dessen Durchmesser gleich ist dem mittleren Durchmesser des Kegelstumpfes und dessen Höhe gleich ist der Höhe des Kegelstumpfes. Man hat daher die Formel, wenn der Halbmesser, der Radius, eingesetzt wird:

$$C = \left(\frac{R + r}{2}\right)^2 . \pi . h.$$

Beispiel.

Ein Stamm hat unten 30, oben 20 Centimeter Durchmesser und ist 8,75 Meter lang; welches ist sein Kubikinhalt?

$$C = \left(\frac{0,15 + 0,10}{2}\right)^2 \, . \, 3,1416 \, . \, 8,75$$

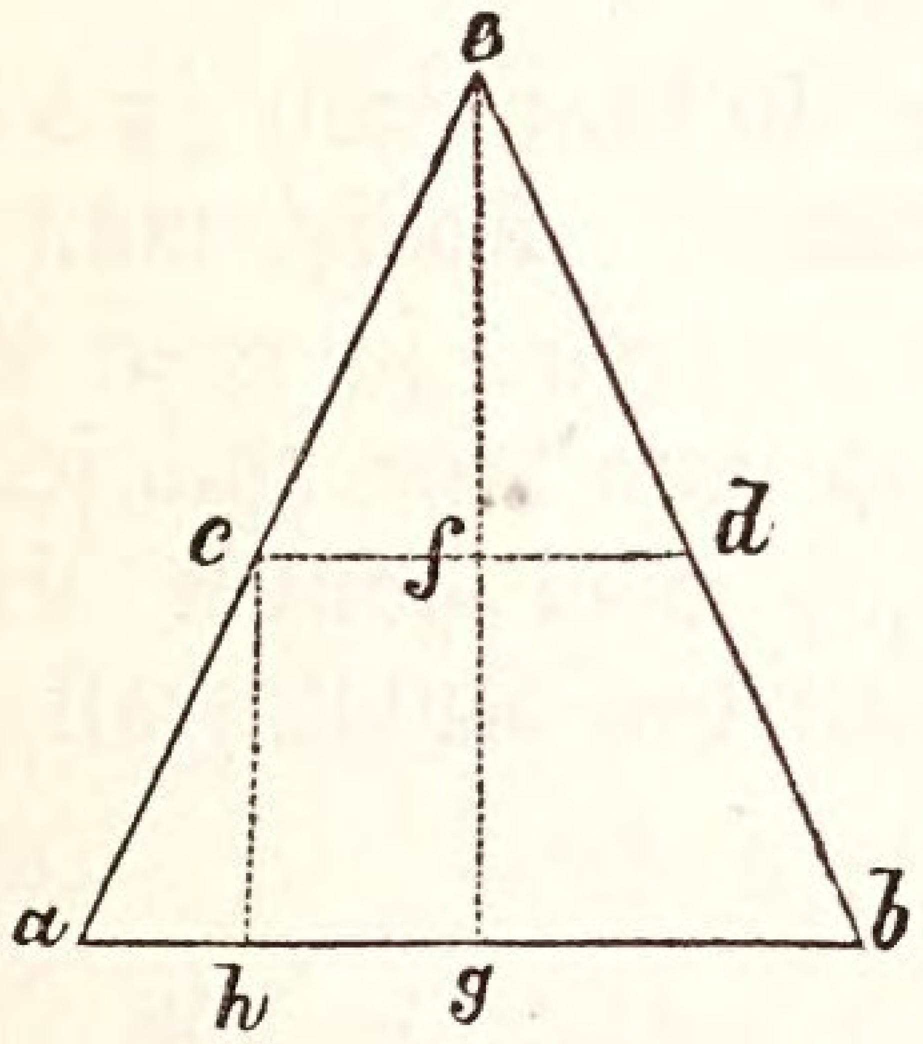
$$= (0,125)^2 \, . \, 3,1416 \, . \, 8,75 = 0,430 \text{ Kubikmeter.}$$

Den Kubikinhalt eines Kegelstumpfs genau zu berechnen.

Auflösung.

Man denke sich einen Kegel von Holz oder Thon, durchschneide ihn von der Spitze durch den Mittelpunkt der Kreisfläche resp. Grundfläche, so ist der Durchschnitt eine Dreiecksfläche, wie Fig. 22 das Dreieck a e b. Schneidet man den oberen Theil des Kegels parallel zur Grundfläche ab, so erhält man einen Kegelstumpf, dessen Durchschnitt ein Trapez a c d b wird, in dem a b und c d parallele Seiten sind. Im Kegelstumpf sind bekannt: der größere und kleinere Durchmesser (also auch die Halbmesser) und die Höhe desselben; man will e f, d. h. die Höhe des abgeschnittenen Kegels finden.

Fig. 22.



Dies kann geschehen durch Benützung ähnlicher Dreiecke.*)

*) Dreiecke können gleich sein: entweder blos der Größe nach — das eine hat z. B. 50 □Meter, das andere auch —, oder blos der Gestalt nach, oder nach beiden zugleich — nach Größe und Gestalt. Im ersten Falle heißen sie gleichflächig oder gleich, im zweiten ähnlich, im dritten congruent. — Die Aehnlichkeit der Dreiecke erkennt man schon ziemlich genau durch den Anblick. Da es sich jedoch um eine vollkommene Aehnlichkeit handelt, und man sich durch die bloße Schätzung leicht täuschen könnte, so hat man für die Aehnlichkeit der Dreiecke ein anderes Kriterium. Man sagt, das Dreieck A ist dem Dreieck B ähnlich, wenn zwei Winkel des Dreiecks A gleich sind zwei

Zieht man vom Punkte c ein Perpendikel auf den größeren Durchmesser, so entsteht ein Dreieck a c h, welches dem Dreiecke c e f ähnlich ist.**) Man kann also die Proportion bilden a h : h c = c f : f e. Nun ist aber a h die Differenz beider Radien, h c die Höhe des Kegelstumpfs, c f der kleinere Radius, f e die gesuchte Höhe. Es ist daher:

$$f\,e = \frac{h\,c \times c\,f}{a\,h}.$$

Bedeutet nun h' die Höhe des kleinen Kegels, h die Höhe des Kegelstumpfs, r den kleinen Radius, R den großen Radius, so hat man

$$h' = \frac{h \times r}{R - r}.$$

Weiß man so die kleinere Höhe, so kann man auch den Kubikinhalt des kleinen Kegels finden. Addirt man die kleinere Höhe zur Höhe des Kegelstumpfs, so weiß man die Höhe des ganzen Kegels, und man kann auch seinen Inhalt finden. Zieht man endlich vom ganzen Kegel den kleineren ab, so bekommt man den Kubikinhalt des Kegelstumpfes.

Winkeln des Dreiecks B. — Bei ähnlichen Dreiecken hat man den Vortheil, daß die Seiten, welche gleiche Winkel einschließen, oder gleichen Winkeln gegenüber stehen, proportionirt sind, d. h., daß man aus vier Dreiecksseiten eine Proportion bilden kann. Zwei von diesen vier Seiten sind in dem einen Dreieck und schließen einen Winkel a ein, und zwei Seiten sind in dem andern Dreieck und schließen einen Winkel ein, der dem Winkel a im ersten Dreieck gleich ist. In der Proportionalität der Dreiecksseiten besteht der Hauptnutzen ähnlicher Dreiecke. Man kann nämlich bei ähnlichen Dreiecken aus drei bekannten Seiten die vierte unbekannte finden, sei es durch Rechnung oder durch Zeichnung (Construction).

**) Daß diese zwei Dreiecke ähnlich sind, läßt uns schon das Augenmaß vermuthen. Das reicht aber in der Mathematik nicht hin. Man muß beweisen können, daß zwei Winkel des unteren Dreiecks zwei Winkeln des oberen Dreiecks gleich sind. Das kann man hier. Denn der Winkel bei h und der Winkel bei f sind rechte Winkel und die Winkel bei a und c sind correspondirende Winkel, und als solche gleich. Siehe Fig. 22.

Hieraus leitet sich die Formel ab: $c = (R^2 + Rr + r^2) \times \frac{h\pi}{3}$, d. h.: Man findet den Inhalt eines abgestumpften Kegels, wenn man die Summe aus dem Quadrate des Radius der unteren und dem Quadrate des Radius der oberen Fläche, dann dem Produkte aus beiden Radien bildet, und diese Summe mit dem dritten Theile des Produktes aus der Höhe des Kegelstumpfes in die Ludolphische Zahl multiplizirt.

Beispiel.

Der untere Durchmesser eines Gefäßes hat im Lichten 90 Centimeter, der obere 55 Centimeter und die Höhe ebensoviel; wie viel Kubikmeter faßt dieses Gefäß?

Auflösung.

(Mit Benützung der Formel.) Der untere Halbmesser ist $= 0{,}45$ Meter, der obere $= 0{,}275$ Meter, die Höhe $= 0{,}55$ Meter, daher:

$$C = [(0{,}45)^2 + 0{,}45 \times 0{,}275 + (0{,}275)^2] \times \frac{0{,}55 \times 3{,}1416}{3}$$
$$= (0{,}2025 + 0{,}12375 + 0{,}075625) \times 0{,}57596 =$$
$0{,}402 \times 0{,}576 = 0{,}232$ Kubikmeter.

§. 21.

Kubikinhalt der Fässer.

Da die Fässer keine regelmäßigen Körper sind, hat es einige Schwierigkeit, den Kubikinhalt derselben genau zu berechnen. Man hat hiefür mehrere Formeln aufgestellt.

Eine einfache und im Allgemeinen richtige Regel ist folgende: Man messe (im Lichten) die Spundtiefe und die Höhe des Fasses und betrachte das Faß vorläufig als eine Walze, als einen Cylinder, dessen Durchmesser gleich ist der Spundtiefe und dessen Höhe gleich ist der Faßhöhe (Faßlänge), und suche den Kubikinhalt dieses Cylinders. Dieser Kubikinhalt wäre aber für das Faß zu groß; wenn man ihn indeß mit dem Dezimalbruch 0,907 multiplizirt, so wird man das Richtige erhalten.

Anmerkung Diesen Faktor hat Stampfer in Wien nach vielen Messungen und Untersuchungen bestimmt. Seine allgemeine Anwendbarkeit gründet sich darauf, daß die Schäffler im Allgemeinen überall das nämliche Verfahren bei Herstellung der Fässer beobachten.

Beispiel.

Bei einem Weinfaß wurde Folgendes gemessen: 1) die lichte Faßhöhe = 44 cm, 2) der Umfang in der Mitte = 140 cm und 3) die Dicke der Faßdauben = 2,5 cm; welchen Kubikinhalt hat dieses Faß?

Auflösung.

1) Da man die Spundtiefe nicht unmittelbar messen kann, so berechne man den Radius aus dem Umfang nach der Formel
$2\,r\,\pi = 140$; hieraus $r = \dfrac{140}{2 \times 3{,}1416} = 22{,}3$ cm.
Hievon muß die Dicke der Faßdauben abgezogen werden. $22{,}3 - 2{,}5 = 19{,}8$ cm.

2) Nach der Formel $r^2\,\pi\,h$ hat man $(19{,}8)^2 \,.\, 3{,}1416 \,.\, 44 = 54191{,}85$ Kubikcentimeter = 0,054 Kubikmeter. Die erhaltene Zahl muß noch mit 0,907 vermehrt werden. Man erhält 0,049 Kubikmeter als den richtigen Kubikinhalt. Da das Kubikmeter 1000 Kubikdecimeter hat und 1 Kubikdecimeter = 1 Liter ist, so wird das fragliche Faß $0{,}049 \times 1000 = 49$ Liter oder nahezu 50 Liter fassen.

Eine zweite Regel heißt: Suche den mittleren Durchmesser zwischen der Spundtiefe und dem Faßboden, sowie die Länge (Höhe) des Fasses. Aus diesen Daten berechne man mit Hilfe der Cylinderformel den Kubikinhalt des Fasses.

Beispiel.

Wie viel Liter hält ein Güllefaß, das 3,50 m lang und dessen Umfang zwischen Spund und Faßboden 1,90 m ist?

Auflösung.

1) Aus dem Umfang suche den Radius. $2\,r\,\pi = 1{,}90$; also
$r = \dfrac{1{,}90}{2 \times 3{,}1416} = \dfrac{0{,}95}{3{,}1416} = 0{,}302 = 0{,}30$ Meter.

2) Aus dem Radius und der Höhe berechnet sich einfach der Inhalt des Cylinders.
$r^2\,\pi \,.\, h = (0{,}30)^2 \times 3{,}1416 \times 3{,}50 = 0{,}990$ Kubikmeter, d. i. = 990 Kubikdecimeter oder = 990 Liter.

Eine dritte Regel zur Berechnung für den Inhalt der Fässer ist: Man denke sich das Faß durch eine zu seiner Axe normale Ebene in der Mitte in zwei gleichgroße Theile zerlegt, so wird jeder dieser Theile einen abgekürzten (abgestumpften)

Kegel vorstellen, mit Hilfe deren der Inhalt des Fasses sich ergibt.

Beispiel.

Ein Faß hat eine Länge von 1,24 m, einen Durchmesser in der Mitte am Spundloch von 0,76 m (Spundtiefe) und an dem Faßboden von 0,62 m (Bodenweite). Welchen Kubikinhalt hat das Faß?

Auflösung.

Berechnen wir den Inhalt mittels zweier abgekürzten Kegel, so wird für jeden solchen Kegel die Höhe = 0,62 m, der obere Radius = 0,31 m, der untere = 0,38 m; mithin haben wir nach der Formel:

$$C = \left(\frac{R + r}{2}\right)^2 . \pi h, \text{ oder } C = (R^2 + R r + r^2) . \frac{\pi h}{3}$$

für den doppelten abgekürzten Kegel oder das Faß:

$$1)\ F = 2 . \left(\left(\frac{R + r}{2}\right)^2 \pi . h\right) = 2 . \left(\frac{0{,}69}{2}\right)^2 . 3{,}1416 . 0{,}62$$

oder:

$$2)\ F = 2 . (0{,}38^2 + 0{,}38 . 0{,}31 + 0{,}31^2) . \frac{3{,}1416 . 0{,}62}{3}$$

$$1)\ F = \frac{0{,}4761}{2} . 3{,}1416 . 0{,}62 = 0{,}463 \text{ Kubikmeter};$$

$$2)\ F = 2 . 0{,}3583 . \frac{3{,}1416 . 0{,}62}{3} = 0{,}463 \text{ Kubikmeter.}$$

0,463 Kubikmeter = 463 Kubikdecimeter = 463 Liter. Das Faß hält mithin 463 Liter.

Berechnet man den Inhalt dieses Fasses nach der zweiten Regel, d. h. annähernd als Cylinder, so erhält man als mittleren Durchmesser: $\frac{0{,}76 + 0{,}62}{2} = \frac{1{,}38}{2} = 0{,}69$ und daraus den Radius = 0,345.

Mithin ist nach der Formel: $C = r^2 \pi h$ der Kubikinhalt $= 0{,}345^2 . 3{,}1416 . 1{,}24 = 0{,}464$ Kubikmeter oder 464 Liter, was dem vorigen Resultate fast ganz gleich kommt.

§. 22.

Von der Kugel.

Denkt man sich eine Kugel in zwei gleiche Theile (Halbkugeln) zerschnitten, so entsteht auf jeder Halbkugel eine Kreisebene, welche man einen größten Kreis

nennt, denn alle Schnitte, die nicht durch den Mittelpunkt der Kugel gehen, erzeugen kleinere Kreise als den erwähnten. Bedeutet r den Radius der Kugel, so ist der Flächeninhalt eines solchen größten Kreises bekanntermaßen $= r^2 \pi$.

Der Flächeninhalt der ganzen Kugel ist gleich 4 größten Kreisen; $F = 4 r^2 \pi = d^2 \pi$, wenn $d =$ dem Durchmesser der Kugel. (Dieser Satz muß auf Treue und Glauben angenommen werden, da er hier nicht weiter erörtert werden kann.)

Man stelle sich nun vor, die Kugel bestehe aus lauter Pyramiden, welche ihre Spitzen im Centrum und ihre Grundflächen auf der Oberfläche der Kugel haben. Alle diese unendlich vielen Pyramiden haben dieselbe Höhe, nämlich den Radius der Kugel. Der Kubikinhalt einer jeden dieser Pyramiden ist gleich der Grundfläche $\times \, ^1/_3 \, r$. Summirt man alle diese unendlich vielen Pyramiden, so hat man den Kubikinhalt der Kugel. Wie aber diese Pyramiden summiren, deren Zahl und Größe nicht bekannt ist? Es geschieht auf folgende Weise: Wir bezeichnen die Pyramiden mit den Buchstaben: p_1, p_2, p_3 u. s. w. und ihre Grundflächen mit g_1, g_2, g_3 u. s. w. Jede Pyramide ist gleich $^1/_3 \, r \times$ Grundfläche, also $p_1 = {^1/_3} \, r \, g_1$, $p_2 = {^1/_3} \, r \, g_2$, $p_3 = {^1/_3} \, r \, g_3$ 2c. Nun addiren wir $p_1 + p_2 + p_3 + \ldots = {^1/_3} \, r \, g_1 + {^1/_3} \, r \, g_2 + {^1/_3} \, r \, g_3 + \ldots$. Den gemeinsamen Faktor kann man einmal schreiben und die Grundflächen g_1, g_2, g_3 u. s. f. in Klammern setzen, also: $p_1 + p_2 + p_3 + \ldots = {^1/_3} \, r \, (g_1 + g_2 + g_3 + \ldots)$. Alle Pyramiden linker Hand, obwohl einzeln nach Zahl und Größe unbekannt, geben nun den Gesammt-Kubikinhalt der Kugel, den wir mit C bezeichnen wollen; die einzelnen Grundflächen innerhalb der Klammern kennen wir zwar nicht, weder nach Anzahl noch nach Größe, aber das wissen wir, daß alle zusammen, so viel ihrer sind, der Oberfläche der Kugel gleich sind. Bezeichnen wir diese Oberfläche mit F, so haben wir: $C = {^1/_3} \, r \times F$.

Das heißt nun: Den Kubikinhalt der Kugel findet man, wenn ihre Oberfläche mit dem dritten Theil des Radius multiplizirt wird.

Setzt man für F den obigen Werth $4 r^2 \pi$, so hat man:

$$C = \frac{1}{3} r \times 4 r^2 \pi = \frac{4}{3} r^3 \pi.$$

Oder für den Radius den Durchmesser gesetzt:

$$C = \frac{4}{3} \left(\frac{d}{2}\right)^3 \pi = \frac{4}{3} \cdot \frac{d^3}{8} \pi = \frac{d^3 \pi}{6}.$$

In Worten ausgedrückt heißt dies: Man findet den Kubikinhalt einer Kugel, wenn man den Durchmesser in die dritte Potenz erhebt, diese mit der Ludolphischen Zahl $\pi = 3,1416$ multiplizirt und das erhaltene Produkt durch 6 dividirt. Oder: Man findet den Kubikinhalt der Kugel, wenn man den Radius zur dritten Potenz erhebt, diese mit der Ludolphischen Zahl und das so erhaltene Produkt mit $^4/_3$ multiplizirt.

Beispiele.

1) Eine Bauerngemeinde läßt einen kupfernen und vergoldeten Thurmknopf von 45 Centimeter Durchmesser machen. Das Quadratmeter ist auf 1000 Mark veranschlagt.

a) Was kostet dieser Thurmknopf?

Auflösung.

Die Kugeloberfläche ist $= 4 r^2 \pi$ oder $d^2 \pi$. Nun ist $d = 0,45$ m daher $d^2 \pi = (0,45)^2 . 3,1416 = 0,64$ □ Meter. Der Thurmknopf kostet $0,64 \times 1000 = 640$ Mark.

b) Wie viel Hektoliter Getreide gehen in diesen Knopf?

Antw. Der Kubikinhalt ist $= \frac{d^3 \pi}{6} = \frac{(0,45)^3 \pi}{6} = \frac{0,28628}{6} = 0,04771 = 0,048$ Kubikmeter d. i. $= 48$ Kubikdecimeter.

Da nun 1 Kubikdecimeter $= 1$ Liter ist, so faßt der Thurmknopf 48 Liter oder 0,48 Hektoliter.

2) Wie viele Liter faßt ein kupferner Kessel in Halbkugelform, wenn die lichte Weite desselben 88 Centimeter ist?

Auflösung.

Ist die lichte Weite, d. h. der Durchmesser 88 Centimeter = 0,88 Meter, so ist der Radius = 0,44 Meter, folglich der Kubinhalt des Kessels als Halbkugel:

$$K = \frac{\frac{4}{3}(0{,}44)^3 \pi}{2} = \frac{\frac{4}{3}(0{,}44)^3 \cdot 3{,}1416}{2} = \frac{2}{3} \cdot 0{,}268$$

$$= 0{,}178 \text{ Kubikmeter.}$$

Mithin faßt der Kessel 178 Liter (vorausgesetzt, daß er bis an den Rand gefüllt wird).

3) Wie viel Kubikmeter Steinmasse hält ein halbkugelförmiges Gewölbe, wenn dessen innerer Durchmesser 8,16 Meter und die Steindicke 0,58 Meter ist?

Auflösung.

Wir haben hier die Hälfte einer Hohlkugel zu berechnen. Den Inhalt einer Hohlkugel findet man, wenn man den Inhalt des hohlen Raumes (d. i. die innere Luftkugel) von dem Inhalt der ganzen Kugel abzieht, also:

$$F = \frac{4}{3} R^3 \pi - \frac{4}{3} r^3 \pi = \frac{4}{3} \pi (R^3 - r^3).$$

Diesen Inhalt haben wir demnach noch mit 2 zu dividiren, d. h. die Hälfte hievon zu nehmen, so daß ist:

$$G = \frac{\frac{4}{3} \pi (R^3 - r^3)}{2} = {}^2/_3\, \pi (R^3 - r^3).$$

Nach der Aufgabe wird:

$$R = \frac{8{,}16 + 2 \cdot 0{,}58}{2} = \frac{4{,}66}{2} \text{ m},$$

$$r = \frac{8{,}16}{2} = 4{,}08 \text{ m},$$

folglich ist die Steinmasse:

$$ {}^2/_3\, \pi (4{,}66^3 - 4{,}08^3)$$
$$= {}^2/_3 \cdot 3{,}1416\,(101{,}195 - 67{,}917) = 2 \cdot 1{,}0472\,(33{,}278)$$
$$= 69{,}697 \text{ Kubikmeter.}$$

Anmerkungen. 1) Die Oberfläche eines Kugelabschnittes (Segment, Calotte) ist gleich der Kugelperipherie multiplizirt mit der Höhe des Segments, also: $O = 2\pi \cdot r \cdot h$

2) Der kubische Inhalt eines Kugelabschnittes, wenn der Radius der Kreisebene, welche den Kugelabschnitt begrenzt, und die Höhe h gegeben ist, ist $J = \frac{1}{6} \pi h (3 r^2 + h^2)$

Aufgabe.

Welchen Inhalt hat ein Kessel von der Form einer Calotte, wenn der Umfang 2,5 Meter und die Tiefe (Höhe) 0,28 Meter ist?

Auflösung.

Wir suchen zuerst den Radius aus der Formel $U = 2\,r\,.\,\pi$;

$$r = \frac{U}{2\,\pi} = \frac{2{,}5}{2\,.\,3{,}1416} = 0{,}4 \text{ Meter.}$$

Folglich haben wir nun:

$$J = \frac{1}{6}\,\pi\,.\,0{,}28\,(3\,.\,0{,}4^2 + 0{,}28^2) = 0{,}082 \text{ Kubikmeter.}$$

Da der Inhalt $= 0{,}082$ Kubikmeter oder $= 82$ Kubikdecimeter ist, so faßt der Kessel 82 Liter.

3) Der Inhalt eines Ellipsoids, also eines ellipsoidenförmigen Körpers oder Gefäßes, wenn es geschlossen ist, findet man, wenn die große oder Umdrehungsaxe $= a$, die kleine Axe oder Höhe $= b$ ist, aus der Formel:

$$E = \frac{1}{6}\,\pi\,.\,a\,b^2.$$

Ist die kleine Axe die Umdrehungsaxe, so ist die Formel:

$$E = \frac{1}{6}\,\pi\,.\,a^2\,b.$$

Rechnet man mit den halben Axen, so ergeben sich die Formeln:

$$E = \frac{4}{3}\,ab^2\,.\,\pi \text{ und } E = \frac{4}{3}\,a^2\,b\,.\,\pi.$$

Viertes Kapitel.

Einiges über den Steuerkataster.

(Steuerkatasterplan und Steuerkatasterauszug.)

I. Steuerkatasterplan.

§. 23.

Der sogenannte Steuerkatasterplan dient dazu, die Lage und Begrenzung eines Grundstückes kennen zu lernen, aus demselben Entfernung, Länge, Breite und Flächeninhalt der Grundstücke zu ersehen.

Jede Linie auf dem Steuerkatasterplan ist in der Natur 5000 mal größer. Wenn also z. B. die Seite eines Ackers auf dem Plane einen Zoll lang ist — um noch nach dem alten Maße zu sprechen, nach welchem der Steuerkatasterplan angefertigt ist —, so ist sie auf dem Felde 5000 Zoll oder 500 Schuh lang (das Dezimalmaß vorausgesetzt). Es kommt demnach nur darauf an, daß die Linien auf dem Plane genau gemessen werden. Dieses geschieht vermittelst eines Zirkels und eines verjüngten Maßstabes, wie man solche auf Messing gravirt fast bei jedem Mechaniker und Optiker bekommen kann.

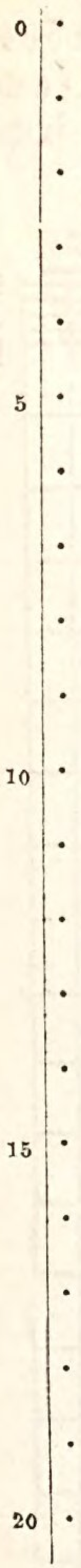
Anmerkung. 1 Zoll Dezimalmaß im neuen Maße = 2.92 Centimeter; mithin 5000 Zoll oder 500 Fuß = 145,9296 Meter.

§. 24.

Der verjüngte Maßstab für den Steuerkatasterplan ist nach dem alten Maße folgender Weise angefertigt:

1) Eine Linie, genau einen bayerischen Fuß lang, wurde in 50 gleiche Theile getheilt, indem man den

Fig. 23.



Fuß zuerst in Fünftel und jedes Fünftel in Zehntel theilte. Ein Fünfzigstel Fuß verjüngtes Maß bedeutet 100 Fuß natürliche Größe. (1/50 Fuß = 0,0058 oder 0,58 Centimeter; 100 Fuß = 29,1859 Meter.)

2) Hierauf wurde eine unbestimmt lange Linie (Fig. 23) und auf ihr 20 bis 30 Fünfzigstel Fuß mit größter Vorsicht aufgetragen und auf folgende Weise abgetheilt: Zuerst faßte man 20 Partikeln in den Zirkel und bestimmte die Punkte 0 und 20; dann nahm man 10 Partikeln und bekam die Hälfte dieser Länge. Hierauf gab man dem Zirkel die Oeffnung von 5 Partikeln, setzte dann die eine Spitze des Zirkels in den Punkt 10 und markirte zur Linken den Punkt 5 und zur Rechten den Punkt 15. Nachdem die Punkte 0, 5, 10, 15, 20 bestimmt waren, erhielt der Zirkel die Oeffnung von 4 Partikeln. Mit dieser Oeffnung konnten sämmtliche Punkte bestimmt werden.

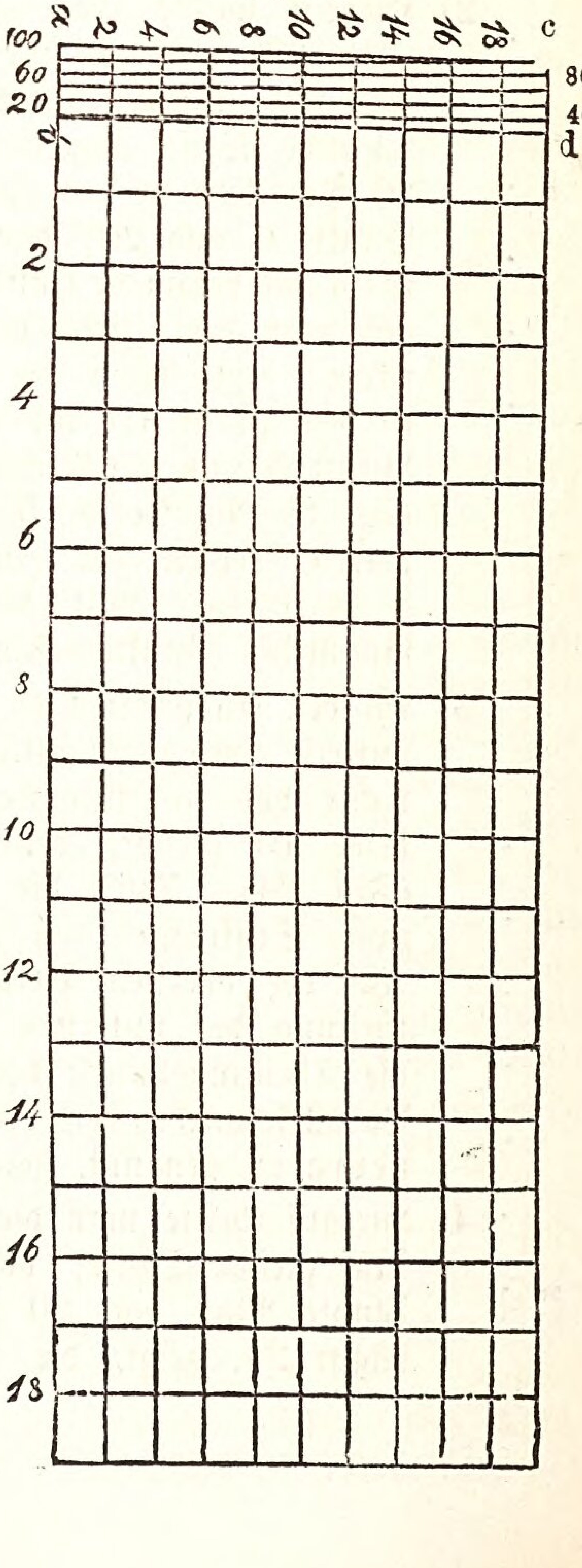
3) An den Endpunkten dieser Linie errichtete man mittelst eines rechtwinkligen Dreieckes zwei Senkrechte von unbestimmter Länge und trug auf beide 10 gleiche, beliebig große Theile auf (Fig. 24). Durch die 10 Theilungspunkte der zwei Senkrechten zog man 10 Parallellinien. Auf der obersten Parallellinie wurde die Eintheilung der untersten aufgetragen und durch die Theilungspunkte der obersten und untersten Parallele wurden senkrechte Querlinien, Transversalen genannt, gezogen.

4) Hierauf theilte man die Linie a b und c d in fünf gleiche Theile, von denen jeder das verjüngte Maß von 20 Fuß ist, und zog, wie Figur 24. zeigt, die schiefen Transversalen.

§. 25.

Der Gebrauch des verjüngten Maßstabes, wie nun einen solchen Figur 24. darstellt, ist zweifach. Entweder ist die natürliche Länge gegeben, und ich suche die verjüngte Linie, oder die verjüngte Linie ist gegeben, und ich suche die natürliche Länge.

Fig. 24.



1. Fall. Die natürliche Länge ist gegeben, und ich suche die verjüngte Linie.

a) Ist die natürliche Länge gerade 100, 200, 300 Fuß u. s. w., so setze man die eine Spitze des Zirkels in die Linie b d, und mit der andern fahre man in die sovielte Transversale, als Hunderte da sind; z. B. bei 300 Fuß fahre ich in die dritte Transversale.

b) Ist die natürliche Länge unter 100 Fuß, so setze man die eine Spitze des Zirkels in die Linie b d und die andere in eine der fünf schiefen Transversalen. Ist die

natürliche Länge zwischen 0 und 20 Fuß, so kommt der zweite Schenkel des Zirkels in die erste schiefe Transversale; zwischen 20 und 40 in die zweite; zwischen 40 und 60 in die dritte; zwischen 60 und 80 in die vierte; zwischen 80 und 100 in die fünfte. Dabei rücke man mit dem ganzen Zirkel hinauf oder herab, bis man zur Stelle kommt, wo der zweite Schenkel das verlangte Maß zeigt.

Es sollen z. B. 54 Fuß abgestochen werden. Hier setze ich den einen Schenkel des Zirkels in die Linie b d und den andern, da 54 zwischen 40 und 60 ist, in die dritte Transversale, und rücke hinauf, bis beide Schenkel des Zirkels in der Parallele 14 ruhen, und zwar da, wo die Senkrechte b d und die dritte schiefe Transversale die genannte Parallele schneiden, indem ich sage 40 und 14 ist 54. Diese schiefe Transversale ist nämlich ganz unten um 40 Fuß (verjüngten Maßes) von b d entfernt, und hat bei 14 noch eine weitere Entfernung von 14 Fuß durch ihre schiefe Neigung nach vorwärts erreicht.

c) Heißt die zu verjüngende Länge z. B. 376 Fuß, so setze ich die eine Spitze des Zirkels in die dritte senkrechte Transversale und die andere in die vierte schiefe Transversale und rücke, allmählig den Zirkel öffnend, hinauf, bis ich in die Parallele 16 komme.

2. Fall. Die verjüngte Linie ist gegeben, und man sucht die natürliche Länge. Man faßt die verjüngte Linie in den Zirkel und setzt den einen Schenkel in eine senkrechte Querlinie, während man mit dem andern so lange versucht, bis er irgendwo in eine der fünf schiefen Transversalen einschlägt, wobei wohl zu bemerken ist, daß beide Schenkel des Zirkels die Richtung der Parallelen haben müssen. Hierauf werden die entsprechenden Ziffern abgelesen.

Die ganze Operation wird übrigens leichter erfaßt,

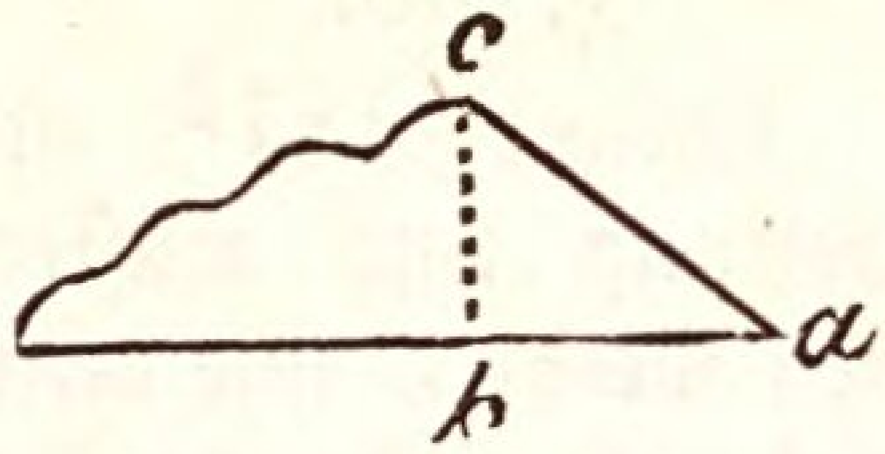
wenn sie praktisch gezeigt, als wenn sie blos mit Worten beschrieben wird.

§. 26.

Das ganze Königreich Bayern ist nach dem eben beschriebenen Maßstab vermessen worden. Jedes Blatt des Steuerkatasterplanes ist von West nach Ost genau 16 Dezimalzoll (d. i. nunmehr = 46,70 Centimeter) lang, was in natürlicher Größe 8000 Fuß = 800 Ruthen (nunmehr = 2334,87 Meter), beträgt. In der Richtung von Nord nach Süd werden jene Blätter, die weiter vom Münchener Meridian entfernt liegen, etwas kürzer. Diese Verkürzung geht im diesseitigen Bayern nicht über 4 Fuß (d. i. 1,1674 Meter) was im verjüngten Maße $^1/_{12}$ Linie (= 0,24 Millimeter) beträgt. Jedes Blatt ist daher ein Quadrat, welches 1600 b. Tagwerk (= 545,1635 Hektar) umfaßt. Eine andere Verkürzung erleiden die Blätter durch Eingehen nach dem Drucke. Auf diese Weise kann oft ein Blatt in seiner ganzen Länge von West nach Ost um mehr als 2 Linien (= 5,8 Millimeter) verkürzt sein, was auf dem Felde mehr als 100 Fuß (= 29,1859 Meter) ausmacht. Wenn man genau messen will, muß man auf diese Verkürzung Rücksicht nehmen. Um dieses zu vollführen, messe man die ganze Länge des Blattes von West nach Ost mit einem genauen Maßstab. Diese Linie soll jedenfalls genau 16 Dezimalzoll halten, sie wird aber etwa 2 Dezimallinien kürzer sein. 2 Dezimallinien sind auf dem Felde 2 × 5000 = 10000 Linien = 100 Fuß. Nun rechne man: Wie viel Fuß beträgt die Verkürzung für 100 Fuß Länge, wenn sie für 8000 Fuß 100 Fuß beträgt? Man findet, daß in vorliegendem Beispiel die Verkürzung $1^1/_4$ Procent ist. Hiernach muß man jede gemessene Linie corrigiren.

Endlich ist wohl zu beachten, daß nur die wagrechten Linien gemessen und im Steuerkatasterplan verzeichnet worden sind, nicht aber die schiefen Linien der Hügel und Abhänge.

Fig. 25.



Wenn die vorstehende Figur den Durchschnitt eines Hügels bedeutet, so ist nicht a c gemessen und im Plan verzeichnet worden, sondern die Horizontale a b.

§. 27.

Nach den gegebenen Andeutungen kann mittelst des verjüngten Maßstabes der Flächeninhalt eines jeden im Steuerkatasterplane verzeichneten Grundstückes berechnet werden, indem man die Figur auf eine passende Weise in Dreiecke oder Trapeze abtheilt, die zur Berechnung der letzteren nothwendigen Linien mittelst des Zirkels und verjüngten Maßstabes mißt und die einzelnen Dreiecke und Trapeze summirt.

II. Steuerkatasterauszug.

§. 28.

Der Steuerkatasterauszug gibt von einem Grundstücke hauptsächlich vier Stücke an: a) den Flächeninhalt, b) die Bonitätsklasse, c) die Verhältnißzahl, d) die einfache Rustikalsteuer.

A. Flächeninhalt der Grundstücke.

§. 29.

Der Flächeninhalt wurde bisher durch Tagwerke und Dezimalen bestimmt. Ein bayerisches Tagwerk hält 40000 bayerische Quadratfuß. (1 □Fuß = 0,0852 □Meter.) Ein Dezimal ist der hundertste Theil eines Tagwerkes und hat 400 Quadratfuß (= 34,0727 □Meter). 100 Dezimalen geben demnach ein Tagwerk. Ein b. Tagwerk in Gestalt eines Quadrates ist 200 Fuß lang und 200 Fuß breit, ein Dezimal 20 Fuß lang und 20 Fuß breit.

§. 30.

Seit dem 1. Januar 1878 ist in Bayern das Meterfeldmaß in Geltung und müssen die Grundstücke nach diesem angegeben werden, wie denn auch die Kataster nach und nach in dieser Beziehung zur Umschreibung zu gelangen haben.

Das Meterfeldmaß ist:

1 Hektar = 100 Ar = 10000 Quadratmeter (Centiar.)
1 Ar = 100 " "

Das Verhältniß zwischen dem bisherigen Feldflächenmaß und dem metrischen ist folgendes:

1 b. Tagw. = 0,3407271 Hektaren = 34,07271 Aren.
1 Dezimale = 0,3407271 Aren.
1 □Fuß = 0,0852 □Meter.
1 Hektar = 2,9349002 bayr. Tagwerken.
1 Ar = 0,029349 bayr. Tagw. = 2,9349 Dezimalen.
1 □Meter = 11,7396 □Fuß.

§. 31.

Verwandlung des bisherigen Feldflächenmaßes in das metrische und umgekehrt.

Um dies zu bewerkstelligen, ist die gegebene Anzahl von Tagwerken, Dezimalen, bezw. von Hektaren, Aren, mit den voraufgeführten Verhältnißzahlen zu multipliziren.

Beispiele.

1) Wie viele Hektaren sind 42 bayr. Tagwerke?
Antw. 42 × 0,3407271 = 14,3105 Hektaren
d. i. = 14 Hektaren 31 Aren (5 □Meter).

2) Wie viele Aren geben 18 Dezimalen?
Antw. 18 × 0,3407271 = 6,1331 Aren
= 6 Aren 13 □Meter.

3) Wie viele Quadratmeter sind 145 □Fuß?
Antw. 145 × 0,0852 = 12,35 □Meter.

4) Wie viele bayr. Tagwerke geben 124 Hektaren?
Antw. 124 × 2,9349002 = 363,9276 Tagwerke
= 363 Tagwerke 93 Dezimalen.

5) Was geben 28 Hektaren 36 Aren in bayr. Tagwerken?
Antw. 28 Hektaren 36 Aren = 28,36 Hektaren,
daher 28,36 × 2,9349002 = 83,2338 Tagwerke
= 83 Tagwerke 23 Dezimalen.

6) Wie viel sind 93 Aren im bayerischen Feldflächenmaße?
Antw. 93 × 0,029349 = 2,7295 Tagw.
= 2 Tagw. 73 Dezimalen.

7) Was geben 82 □Meter im bayr. Flächenmaße?
Antw. 82 × 11,7396 = 962,65 □Fuß
= 2 Dezimalen 163 □Fuß.

B. Bonitätsklasse.

§. 32.

Unter Bonität versteht man die Güte eines Bodens hinsichtlich seines Fruchtertrages, d. h. seines Reinertrages. Das Verhältniß der Bonität zweier Grundstücke (Felder) kann demnach einfach durch ein Zahlenverhältniß ausgedrückt werden, und es würde daher, wenn gesagt ist, daß sich die Bonitäten zweier Felder wie 2 : 3 verhalten, ausgedrückt sein, daß bei gleicher Fläche das zweite Feld $^3/_2$ mal so viel Reinertrag liefert, als das erste, folglich auch den $^3/_2$ fachen Werth hat.

Hat man es mit mehreren an Größe und Bonität verschiedenen Flächen zu thun, so wird man, um eine Vergleichung anstellen zu können, sich eine Fläche 1 von der Bonitätszahl 1 annehmen und sämmtliche gegebene Flächen durch Multiplikation mit ihren zugehörigen Bonitätszahlen auf diese Fläche 1 zur Bonität 1 reduziren.

Es wären z. B.

10	□Meter	zur	Bonität	3 =	30	□Meter	zur	Bonität	1
24	"	"	"	4 =	96	"	"	"	1
30	"	"	"	5 =	150	"	"	"	1

und diese Grundstücke würden sich mit Rücksicht auf Größe und Bonität verhalten wie 30 : 96 : 150.

§. 33.

Bezüglich der Bonitätsklasse gelten in Bayern bisher noch folgende Grundsätze:

I. Die Bonitätsklasse bedeutet den mitteljährigen Ertrag eines bayerischen Tagwerkes.

II. Bei Bestimmung der Bonität ist 1) die Aussaat und das Stroh nicht eingerechnet, und 2)

angenommen, daß der Acker, wie es die reine Dreifelderwirthschaft mit sich bringt, in 3 Jahren nur zweimal angebaut und im dritten Jahre Brache gehalten werde; folglich trifft auf zwei Erntejahre ein Freijahr, oder auf ein Erntejahr ein halbes Freijahr. Man kann dies indeß auch so nehmen, daß von der wirklichen Ernte $^2/_3$ in Rechnung gebracht werden, während $^1/_3$ frei ist. 3) Alle Erträgnisse des Bodens sind auf Roggen (Korn) berechnet. 1 Schäffel (= 2 Hektoliter 22 Liter) Roggen wurde zu diesem Zwecke gleich gesetzt: 2 Schäffel (= 4 Hektoliter 45 Liter) Vesen (Dinkel, Spelz), oder 2 Schäffel (= 4 Hektoliter 45 Liter) Hafer, oder $1^1/_3$ Schäffel (= 2 Hektoliter 96 Liter) Gerste, oder $^2/_3$ Schäffel (= 1 Hektoliter 48 Liter) Weizen, oder $13^1/_3$ Centner (= 747 Kgr) Heu.

Dem Preise nach ist 1 Schäffel Roggen angenommen zu 8 fl. (= 13,71 *M.*), Vesen zu 4 fl. (= 6,86 *M.*), Hafer zu 4 fl. (= 6,86 *M.*), Gerste zu 6 fl. (= 10,29 *M.*), Weizen oder Kern zu 12 fl. (= 20,57 *M.*), ein Centner (= 56 Kgr) Heu zu 36 Kreuzer (= 1,03 *M.*).

III. Der unter obigen Bedingungen ermittelte Ertrag von $^1/_8$ Schäffel (= 28 Liter) Roggen per Tagwerk gibt die Bonitätsklasse I, der Ertrag von $^2/_8$ Schäffel Roggen die Bonitätsklasse II, und so jedes Achtel-Schäffel Roggen eine um 1 erhöhte Bonitätsklasse.

Hiernach ist die Bonitätsklasse eines Ackers der mitteljährige Ertrag eines bayerischen Tagwerkes in Achtel-Schäffeln Roggen ausgedrückt, wobei die Aussaat und der Strohertrag außer Ansatz gelassen und auf 2 Ertragsjahre ein Freijahr gerechnet ist.

(Bei Wiesen und Wäldern kann natürlich von Aussaat, Stroh und Freijahr keine Rede sein.)

§. 34.

Anwendung der vorstehenden Sätze auf die Berechnung der Bonitätsklassen.

Beispiele.

1) Ein Oekonom hat über einen Acker, der 1 Tagwerk 48 Dezimalen (d. i. 0,5043 Hektaren) hält und mittelmäßig bewirthschaftet wird, Folgendes aufgeschrieben:

Im ersten Jahre habe ich auf diesen Acker 3 Metzen (= 1 Hektoliter 11 Liter) Roggen gesäet und 4 Schäffel 3 Metzen (= 10 Hektoliter) geerntet. Im zweiten Jahre säete ich $6^1/_2$ Metzen (= 2 Hektoliter 41 Liter) Hafer und bekam 7 Schäffel 2 Metzen (= 16 Hektoliter 31 Liter). Im vierten Jahre baute ich 3 Metzen (= 1 Hektoliter 11 Liter) Weizen aus und erntete 3 Schäffel 4 Metzen (= 8 Hektoliter 15 Liter). Im fünften Jahre säete ich $4^1/_2$ Metzen (= 1 Hektoliter 67 Liter) Gerste und bekam 6 Schäffel (= 13 Hektoliter 34 Liter). Welche Bonitätsklasse gebührt diesem Acker?

Auflösung.

1) Vor Allem ziehe man die Aussaat von der Ernte ab und bestimme den Geldwerth der Ernte nach den oben angegebenen Preisen. Hierauf summire man den Geldbetrag der einzelnen Erntejahre:

a) 4 Sch. 3 Mtz. Ernte weniger 3 Mtz. Aussaat = 4 Sch. R. = ...	32 fl.	— kr.
b) 7 Sch. 2 Mtz. Ernte weniger $6^1/_2$ Mtz. Aussaat = 6 Sch. $1^1/_2$ M. H. = ...	25 fl.	— kr.
c) 3 Sch. 4 Mtz. Ernte weniger 3 Mtz. Aussaat = 3 Sch. 1 M. W. = ...	38 fl.	— kr.
d) 6 Sch. Ernte weniger $4^1/_2$ Mtz. Aussaat = 5 Sch. $1^1/_2$ M. G. = ...	31 fl.	30 kr.
Summa =	126 fl.	30 kr.
	(= 216 ℳ	86 ₰.)

2) Nun kann man einen doppelten Weg der Berechnung einschlagen. a) Man dividirt mit der Zahl der Erntejahre — hier 4 — in diese Summe und erhält dadurch den durchschnittlichen Ertrag eines Jahres: 126 fl. 30 kr. : 4 = 31 fl. $37^1/_2$ kr. (= 54 ℳ 21 ₰). Allein da jedes dritte Jahr ein Freijahr ist, und somit der dritte Theil der Ernte wegfällt, so wird der eben gefundene Durchschnitt mit $\frac{2}{3}$ multiplizirt. (31 fl. $37^1/_2$ kr.) $\times \frac{2}{3}$ = 21 fl. 5 kr. (= 36 ℳ 14 ₰). Dieses Resultat gibt den Durchschnittsertrag mit Einrechnung der Freijahre. b) Man addirt zur Anzahl der Erntejahre so viele halbe Jahre, als Ernten stattgefunden haben. In unserem Beispiele hatten wir 4 Erntejahre; hiezu müssen also 4 halbe = 2 ganze Jahre addirt werden, was in Summa die Zahl 6 gibt. Mit 6 dividirt man in die obige Summe 126 fl. 30 kr. Man erhält 21 fl. 5 kr., wie nach der vorigen Methode.

3) Da aber 21 fl. 5 kr. der steuerbare Ertrag von 1 Tagwerk 48 Dezimalen ist, so muß hieraus der auf 1 Tagwerk treffende Betrag berechnet werden. Man erhält die Zahl $14^1/_4$ als Facit. Sie sagt nichts Anderes, als daß der steuerbare Ertrag des fraglichen Ackers per Tagwerk 14 fl. 15 kr. (= 24 ℳ 43 ₰) oder 14 Achtel-Schäffel Roggen sei, und zeigt somit die Bonitätsklasse 14 an.

Anmerkung Wenn die Zahl der Kreuzer ein halber Gulden ist oder darüber, so wird hiefür ein ganzer Gulden gerechnet; im entgegengesetzten Falle wird die Kreuzerzahl vernachlässigt. Demnach ist hier die Bonitätsklasse 14 angezeigt.

2) Ein Tagwerk hat in 6 Jahren folgende Aussaat und Ernte gehabt:

1. Jahr Brache. 2. Jahr Weizen, Aussaat $2^1/_2$ Mtz. (= 93 Liter), Ernte 13 Mtz. (= 4 Hektoliter 82 Liter). 3 Jahr Gerste, Aussaat $2^1/_2$ Mtz. (= 93 Liter), Ernte 10 Mtz. (= 3 Hektoliter 71 Liter). 4. Jahr Brache. 5. Jahr Roggen, Aussaat $2^1/_4$ Mtz. (= 83 Liter), Ernte 21 Mtz. (= 7 Hektoliter 78 Liter). 6. Jahr Hafer, Aussaat 4 Mtz. (= 1 Hektoliter 48 Liter), Ernte 16 Mtz. (= 5 Hektoliter 93 Liter).

Welche Bonitätsklasse bekommt dieser Acker?

Auflösung.

a)	Weizen-Ertrag nach Abzug der Aussaat $10^1/_2$ Metzen = ...	21 fl. — kr.
b)	Gersten-Ertrag nach Abzug der Aussaat $7^1/_2$ Metzen = ...	7 fl. 30 kr.
c)	Roggen-Ertrag nach Abzug der Aussaat $18^3/_4$ Metzen = ...	25 fl. — kr.
d)	Hafer-Ertrag nach Abzug der Aussaat 12 Metzen = ...	8 fl. — kr.
		Summa 61 fl. 30 kr. (= 105 ℳ 43 ₰.)

Wir wenden die unter b angegebene Methode an und sagen: Auf 4 Erntejahre gehören 2 Freijahre, also muß die vorstehende Summe mit 4 + 2 = 6 dividirt werden. (61 fl. 30 kr.) : 6 = 10 fl. 15 kr. (= 17 ℳ 57 ₰).

Unter Berücksichtigung des in obiger Anmerkung Gesagten hat der fragliche Acker die 10. Bonitätsklasse.

3) Eine Wiese gibt bei mittelmäßiger Pflege jährlich 20 Centner (= 1120 Kilogramm) gutes Heu per Tagwerk; in welche Bonitätsklasse gehört sie?

Auflösung.

Der Centner Heu hat für unseren Zweck den Preis von $^3/_5$ fl. So viele Gulden das jährlich auf einem Tagwerk wachsende Heu gilt, so viele Bonitätsklassen hat diese Wiese.

— Man hat daher: Wie viele Gulden kosten 20 Ctr. Heu, wenn 1 Ctr. $^3/_5$ fl. kostet? $20 \times \frac{3}{5} = 12$.

Der jährliche Ertrag dieser Wiese ist 12 fl. (20 ℳ 57 ₰) d. i. 12 Achtel-Schäffel Roggen. Da die Wiesen keine Brache haben, so wird kein Freijahr in Rechnung gebracht. Die obige Zahl 12 ist daher auch die Bonitätsklasse.

Anmerkung. Man würde irren, wenn man glaubte, daß bei jedem Grundstück die Bonitätsklasse nach der oben angegebenen Methode berechnet worden sei. Dieses wäre viel zu beschwerlich gewesen. Man stellte vielmehr in einem Bezirke eine gewisse Anzahl Mustergründe auf, deren Ertrag, respective Bonitätsklasse, auf die angegebene Weise bestimmt wurde. Bei allen übrigen Grundstücken wurde die Bonitätsklasse dadurch ermittelt, daß beeidigte Taxatoren sie mit den Mustergründen verglichen und in eine Klasse einreihten. — (Wer sich genauer hierin unterrichten will, lese das bayerische Regierungsblatt von 1830 Seite 226 bis 300.)

C. Verhältnißzahl des steuerbaren Ertrages.

§. 35.

Nachdem der Flächeninhalt und die Bonitätsklasse der Grundstücke bestimmt waren, konnte man ihre Verhältnißzahlen berechnen. Weiß ich, wie viele Achtel-Schäffel ein Tagwerk eines Ackers trägt, so ist leicht zu finden, wie viele Achtel-Schäffel $^1/_2$, $^1/_4$ oder 2 Tagwerk rc. vom nämlichen Acker tragen, indem ich z. B. ansetze: Wie viele Achtel-Schäffel Roggen geben 1 Tagwerk 30 Dezimalen, wenn 1 Tagwerk 10 Achtel-Schäffel gibt? — Das Resultat dieser Rechnung heißt Verhältnißzahl.

Während also die Bonitätsklasse der Ertrag eines Tagwerks ist, stellt die Verhältnißzahl den steuerbaren Ertrag eines Grundstückes ohne Angabe eines bestimmten Flächenraumes dar.

Beispiele.

1) Ein Acker hält 2 Tagwerk 37 Dezimalen (d. i. 0,8075 Hektaren oder 81 Aren); welche Verhältnißzahl trifft auf ihn, wenn er die Bonitätsklasse 12 hat?

Auflösung.

Man mache den Ansatz: Wie viele Achtel-Schäffel treffen auf 2,37 Tagw., wenn auf 1 Tagw. 12 Achtel-Schäffel treffen? Das Resultat ist = 28,44 Achtel-Schäffel.

Den gesetzlichen Bestimmungen gemäß dürfen nur ganze

und Zehntels-Gulden oder Ganze und Zehntel von Achtel-Schäffeln in die Kataster aufgenommen werden; man läßt daher die zweite Dezimalstelle weg, wenn sie unter 5 ist, und rechnet sie für ein Zehntel, wenn sie 5 und darüber ist. Hiernach ergibt sich für unser Beispiel: Der Acker hat die Verhältnißzahl 28,4.

Anmerkung Man wird klar erkennen, daß die Verhältnißzahl gefunden wird, wenn man die Fläche und die Bonitätsklasse miteinander multiplizirt.

2) Eine Wiese hält 57 Aren 25 □Meter und hat die Bonitätsklasse 17; welche Verhältnißzahl?

Auflösung.

57 Aren 25 □Meter = 0,5725 Hektaren. Man hat diesen Flächeninhalt zuerst auf bayr. Tagwerk zu reduziren. Nach §. 30 geschieht dies durch Multiplikation mit der Zahl 2,9349002 mithin 0,5725 × 2,9349002 = 1,6802 Tagw. = 1 Tagwerk 68 Dezimalen. Dies mit der Bonitätsklasse multiplizirt, gibt: 1,68 × 17 = 28,56 d. i. 28,6 als Verhältnißzahl.

3) Welche Verhältnißzahl bekommt ein Grundstück von 5 Aren 79 □Meter mit der Bonitätszahl 2?

Antw. 5 Aren 79 □Meter = 5,79 Aren. Nach §. 30 mit 2,9349 in Dezimalen verwandelt, erhält man 16,99 Dezimalen, d. i. = 17 Dezimalen. 17 Dezimalen = 0,17 Tagw. Diese Fläche mit der Bonitätsklasse 2 multiplizirt, gibt: 0,17 × 2 = 0,34. Das fragliche Grundstück bekommt also die Verhältnißzahl 0,3.

§. 36.

In der Verhältnißzahl sind immer die zwei Faktoren, der Flächeninhalt und die Bonitätsklasse enthalten. Wenn man einen von diesen Faktoren weiß und mit ihm in die Verhältnißzahl dividirt, erscheint der andere Faktor als Quotient. V = F × B.

Beispiele.

1) Ein Grundstück, welches die Verhältnißzahl 28,6 hat, ist 2 Tagwerk 37 Dezimalen (= 0,8075 Hektaren oder 81 Aren) groß; in welcher Bonitätsklasse befindet es sich?

Antw. 28,6 : 2,37 = 12.

Anmerkung. Auch hier wird der Bruch, wenn sein Werth unter $\frac{1}{2}$ ist, weggelassen, und wenn er $\frac{1}{2}$ oder darüber ist, als 1 gerechnet.

2) Ein Acker mit dem Flächeninhalt 2,43 Tagw. (= 0,8280 Hektaren oder 83 Aren) hat die Verhältnißzahl 19,4; welche Bonitätsklasse kommt ihm zu?

Antw. 19,4 : 2,43 = 8.

3) Welche durchschnittliche Bonitätsklasse hat ein Bauerngut, welches 106 Tagw. 92 Dezimalen (= 36,4308 Hektaren) hält und die Gesammt-Verhältnißzahl 862,3 hat?

Antw. 862,3 : 106,92 = 8,1.

4) Wie groß ist eine Ackerfläche, welche in der 11. Bonitätsklasse ist und die Verhältnißzahl 247,0 hat?

Antw. 247,0 : 11 = 22,45 = 22 Tagw. 45 Dezimalen (d. i. = 7,65 Hektaren).

D. Einfache Rustikalsteuer (Grundsteuer).

§. 37.

Die Steuer-Verhältnißzahl wird insbesonders zur Bestimmung der einfachen Rustikalsteuer gebraucht. Es gilt nämlich der Grundsatz, daß die Verhältnißzahl 1 einen Kreuzer (d. i. nunmehr 3 Pfg.) einfache Rustikalsteuer gibt.

Beispiele.

1) Ein Grundstück hat die Verhältnißzahl 6,9; wie viel gibt es einfache Rustikalsteuer?

Antw. $6^9/_{10}$ kr. oder, wenn man $^9/_{10}$ zu Hellern macht, 6 kr. 7 hl. (= 20 Pfg.).

2) Wie viel trifft auf einen Acker, der die Verhältnißzahl 0,3 hat, einfache Steuer?

Antw. $^3/_{10}$ kr. oder 2 hl. (= 1 Pfg.).

3) Wie groß ist die einfache Steuer eines Bauerngutes, das die Verhältnißzahl 892,4 hat?

Antw. $892^4/_{10}$ kr. = 14 fl. 52 kr. 3 hl. (= 25 *M.* 49 ₰).

Anmerkung. Bei Auflösung des Kreuzerbruches in Heller ist die zweite Ziffer unter 5 vernachlässiget; wenn sie 5 und über 5 ist, für einen ganzen Heller gerechnet.

(Wie vielmal die einfache Steuer in einem Jahre erhoben werden darf, wird alle 2 Jahre durch ein besonderes Gesetz bestimmt.)

4) Zu einer Zeit, wo man die einfache Rustikalsteuer $2^1/_5$ mal zahlen mußte, entrichtete eine Steuergemeinde 823 fl. 30 kr. (= 1411 *M.* 72 ₰) Grundsteuer; welche Verhältnißzahl hat der Flächenraum dieser Gemeinde?

Antw. Man verwandle die Gesammt-Grundsteuer in Kreuzer und theile mit 2,2 darein, so erhält man die einfache Grundsteuer in Kreuzern.

823 fl. 30 kr. = 49410 kr.

49410 : 2,2 = 22459,1 kr.

So viele Kreuzer die einfache Grundsteuer beträgt, so groß ist auch die Verhältnißzahl, also hier = 22459,1.

5) In der Flur einer Gemeinde ist die durchschnittliche Bonitätsklasse 9; wie viele Grundsteuer trifft auf das Tagwerk, wenn man die einfache Steuer $2^1/_5$ mal bezahlen muß?

Antw. 2,2 × 9 = 19,8 = 19 kr. 6 hl. (= 56 Pfg.).

6) Ein Oekonom zahlt 103 ℳ 73 ₰ d. i. 60 fl. 30 kr. 5 hl. Steuer; es fragt sich nun, wie viele Tagwerk er besitzt, wenn die durchschnittliche Bonitätsklasse seines Gutes 12 ist, und $2^1/_5$ Steuer-Simplum bezahlt werden muß.

Auflösung.

a) Die ganze Steuer werde in Kreuzern ausgedrückt.
60 fl. 30 kr. 5 hl. = 3630,6 kr.

b) Durch die Division mit 2,2 sucht man das St uersimplum.
3630,6 : 2,2 = 1650,3.

c) In das Steuersimplum, respective die Verhältnißzahl, dividirt man mit der Bonitätsklasse; der Quotient ist die Antwort auf die obige Frage. 1650,3 : 12 = 137,52 = 137 Tagwerk 52 Dezimalen (= 46,86 Hektaren).

Anderweitige Benützung der Steuerkataster-Verhältnißzahl.

§. 38.

Da man weiß, wie aus dem wirklichen Körnerertrag die Steuerkataster-Verhältnißzahl berechnet worden ist, so wird man auch aus dieser Verhältnißzahl auf die volle Körnerernte zurückschließen können.

1) Um die Verhältnißzahl oder, was hier gleich ist, die Bonitätsklasse zu finden, wurde die Getreideernte dadurch gemindert, daß man den durchschnittlichen Ertrag eines Jahres mit $\frac{2}{3}$ multiplizirte. Man stellt nun aus der Verhältnißzahl den durchschnittlichen Jahresertrag (jedoch vorerst ohne Aussaat) dadurch wieder her, daß man jene mit $\frac{2}{3}$ dividirt, respective mit $\frac{3}{2}$ multi-

plizirt, und zwar zunächst die Roggen-Ernte in Achtel-Schäffeln, weil die Verhältnißzahl Achtel-Schäffel Roggen bedeutet. Z. B. die Verhältnißzahl 24,2 mit $\frac{3}{2}$ multiplizirt gibt das Produkt 36,3 Achtel-Schäffel Roggen als durchschnittlichen Jahresertrag, wobei jedoch die Aussaat noch nicht eingerechnet ist.

2) Die Achtel-Schäffel sind als ganze Schäffel auszudrücken, was dadurch geschieht, daß man das nach 1) gewonnene Produkt mit 8 dividirt. 36,3 : 8 = 4,5.

3) Will man von einer anderen Getreidegattung, als vom Roggen, die Ernte wissen, so muß man die nach 1) und 2) gefundene Roggen-Ernte nach den oben in §. 33 angegebenen Verhältnissen in dieser anderen Getreidegattung ausdrücken.

4) Da endlich bei Bildung der Verhältnißzahl die Aussaat abgezogen wurde, so muß man sie, um die volle Körnerernte zu erhalten, wieder hinzu addiren. Zur Bestimmung der Aussaat ist der Flächeninhalt und die gewöhnliche Menge der Aussaat auf ein Tagwerk zu wissen.

Beispiele.

Wie groß ist die Weizenernte auf einer Fläche, welche die Verhältnißzahl 162,3 hat?

Auflösung.

1) Man multiplizire die Verhältnißzahl mit $\frac{3}{2}$, so bekommt man den durchschnittlichen Jahresertrag in Achtel-Schäffeln Roggen (ohne Aussaat). $162,3 \times \frac{3}{2} = 243,5$.

2) Die Achtel-Schäffel mache man durch Division mit 8 zu Schäffeln. 243,5 : 8 = 30,4.

3) Der Roggenertrag werde als Weizenertrag ausgedrückt, indem man rechnet: Wie viele Schäffel Weizen geben 30,4 Schäffel Roggen, wenn 1 Schäffel Roggen = $^2/_3$ Schäffel Weizen ist? Darnach wird man haben: $30,4 \times \frac{2}{3} = \frac{60,8}{3} = 20,27$, d. h. 20,3 Schäffel Weizen — ohne Einrechnung der Aussaat.

4) Die hinzuzuaddirende Aussaat kann man bestimmen, wenn man weiß, wie viele Tagwerke die mit Weizen angebaute Fläche hatte, und wie viel Metzen regelmäßig auf ein Tagwerk gesäet werden. Es seien 10 Tagwerk gewesen, und das

Tagwerk mit 2 Metzen besäet worden, so haben wir eine Aussaat von 20 Metzen = 3 Schäffel 2 Metzen. Also: $20\frac{3}{10} + 3\frac{2}{6} = 23\frac{19}{30}$. Die Verhältnißzahl 162,3 läßt eine Weizenernte von $23\frac{19}{30}$ Schäffel, d. i. 23 Schäffel 4 Metzen (= 52 Hektoliter 62 Liter) erwarten

§. 39.

Nicht nur der Körner-, sondern auch der Stroh-Ertrag kann durch die Verhältnißzahl gefunden werden. Wenn man die Verhältnißzahl mit einem Faktor zwischen 1 und $2\frac{1}{2}$ multiplizirt, so erhält man den Strohertrag annäherungsweise in bayr. Centnern. Den kleineren Faktor nimmt man beim Sommergetreid und bei den höheren Bonitätsklassen, den größeren Faktor beim Wintergetreid und bei den niederen Bonitätsklassen.

Beispiele

1) Wie viele Centner bezw. Kilogramm Gerstenstroh gibt die Verhältnißzahl 72?

Antw. Nehmen wir eine höhere Bonitätsklasse, etwa 6 Tagw. (= 2,0444 Hektaren) in der 12. Klasse an, so multipliziren wir 72 mit $1\frac{1}{4}$. Wir bekommen $72 \times 1\frac{1}{4}$ = 90 Ctr. (= 5040 Kgr). Denken wir uns eine niedere Bonitätsklasse, etwa 12 Tagw. (= 4,0887 Hektaren) in der 6., so multipliziren wir 72 mit 2. $72 \times 2 = 144$ Ctr. (= 8064 Kilogramm). Im ersten Fall treffen auf das Tagwerk 15 Ctr., im zweiten 12 Ctr., also auf 1 Hektar 2465 Kilogramm und bezw. 1973 Kilogramm.

2) Wie viele Centner bezw. Kilogramme Weizenstroh lassen sich von einem Felde mit der Verhältnißzahl 162,3 erwarten?

Antw. Nehmen wir eine für den Weizen niedere Bonitätsklasse an, etwa 16 Tagw. (= 5,4516 Hektaren) 10. Klasse, so werden wir mit 2 multipliziren $162{,}3 \times 2 = 324{,}6$ Ctr. (= 18178 Kilogramm). Setzen wir 10 Tagw. (= 3,4073 Hektaren) in der 16. Bonität, so wird der Faktor $1\frac{1}{4}$ passend sein. Also $162{,}3 \times 1\frac{1}{4} = 202{,}9$ Ctr. (= 11362 Kilogramm). In beiden Fällen treffen auf das Tagwerk circa 20 Centner Weizenstroh, d. i. auf 1 Hektar 3288 Kilogramm.

§. 40.

Um den Ertrag der Wiesen in Centnern zu finden, dividirt man die Verhältnißzahl mit $\frac{3}{5}$, weil ein Centner Heu zu $\frac{3}{5}$ fl. angenommen ist.

Beispiel.

Wie viel gibt eine Wiese, deren Verhältnißzahl 24,6 ist, Heu und Grummet?

Antw. $24{,}6 : \frac{3}{5} = 41$ Ctr. $= 2296$ Kilogramm.

§. 41.

Die Verhältnißzahl wurde auch zur Werthsbestimmung eines Gutes benützt. Nach Dr. Veit's Lehrbuch der Landwirthschaft gibt die Verhältnißzahl, mit 20 multiplizirt, den beiläufigen Werth eines Gutes an. Ein Gut, das z. B. die Steuerverhältnißzahl 893,8 hätte, wäre hiernach $893{,}8 \times 20 = 17876$ fl. d. i. = 30645 Mark werth.

Anmerkung. Diese Werthsbestimmung entspricht aber den gegenwärtigen Verhältnissen nicht mehr. Eine der neueren landwirthschaftlichen Taxationslehren ist die von Dr. K. Birnbaum.

Fünftes Kapitel.

Ueber Dünger und Düngerbereitung.

§. 42.

Die Materialien zur Erzeugung des Rindviehdüngers, welcher zunächst die Grundlage der Landwirthschaft ist, sind Futter und Streu. Das angemessenste Futter für das Rindvieh ist gutes Wiesenheu. Erfahrungs-

gemäß erhält man dem Gewichte nach doppelt soviel Kilogramm Mist, als man Kilogramm Heu und Streu an die Hausthiere verwendet. Wer also z. B. 1000 Kilogramm Heu und Streu an die Hausthiere verwendet, erhält 2000 Kilogramm Stalldünger in halb zergangenem Zustande und von mittlerer Feuchtigkeit; und umgekehrt stecken in 2000 Kilogramm Stallmist 1000 Kilogramm Futter und Streu.*) Ferner wird man nicht fehlen, wenn man $\frac{1}{4}$ bis $\frac{1}{3}$ des Futtergewichtes als Streubedarf annimmt. Hiernach lassen sich folgende Berechnungen leicht anstellen:

I. Schluß vom Gewicht des Düngers auf das Gewicht der Düngermaterialien — Futter und Streu — als eine compacte Masse betrachtet, und von dem Gewicht der Düngermaterialien auf das Gewicht des Düngers.

Beispiele.

1) Ein Bauer braucht für sein Feld jährlich 24 Fuder Dünger à 1100 Kilogramm (22 Centner); wie viel hat er dazu Düngermaterialien nöthig?

Antw. $24 \times 1100 = 26400$ Kilogramm (528 Ctr.) Dünger. Hiezu braucht er $\frac{26400}{2} = 13200$ Kilogramm (264 Ctr.) Düngermaterialien — Futter und Streu.

2) Ein Oekonom düngt eine Wiese alle 2 Jahre mit 10 Fuder halbzergangenem Dünger und erntet dafür jährlich im Durchschnitte 2250 Kilogramm oder 45 Centner Heu und Grummet. Es fragt sich nun, ob ihm die Wiese so viel Düngermaterialien zurück gibt, als sie bekommt?

Antw. Die Wiese erhält jährlich 5 Fuder à 1100 Kilogramm oder 22 Ctr. = 5500 Kilogramm oder 110

*) Anmerkung Statt die Gewichtsmengen in Kilogrammen auszudrücken. wird auch häufig die Angabe nach Centnern und Pfunden des neuen Gewichts (Zollcentner, Zollpfunde) gemacht. Es ist nun zu beachten, daß 1 Centner = 50 Kilogramm, 1 Pfund = $\frac{1}{2}$ Kilogramm (500 Gramm) ist. Will man demnach Kilogramme in Centner verwandeln, so ist die Anzahl der Kilogramme mit 50 zu dividiren; um aus Centnern Kilogramme zu erhalten, ist die Centnerzahl mit 50 zu multipliziren. Pfunde durch 2 dividirt geben Kilogramme; Kilogramme mit 2 multiplizirt geben Pfunde.

Centner Dünger. 5500 Kilogramm oder 110 Centner Dünger erfordern $\frac{1}{2}$ so viel Düngermaterialien, d. h. 2750 Kilogramm oder 55 Centner. Die Wiese gibt nur 2250 Kilogramm oder 45 Centner. Das Fehlende muß den Aeckern entzogen werden.

Anmerkung. Dieses Deficit kann dadurch in Etwas ausgeglichen werden, daß man frischen Dünger aufführt, wodurch man das Abrechstroh wieder als Streu benützen kann.

3) Auf einem Bauerngute sind 30 Fuder Heu und Grummet und 130 Schober Winter- und Sommergetreid geerntet worden. Wie viel Centner Dünger können aus diesen Düngermaterialien gewonnen werden?

Auflösung.

Der betreffende Oekonom weiß, daß seine Fuder im Durchschnitt 1000 Kilogramm und seine Schober 180 Kilogramm wiegen. Er kann also die Rechnung in folgender Weise machen:

30 Fuder Heu und Grummet sind $30 \times 1000 = 30000$ Kilogramm; 130 Schober à 180 Kilogramm sind $130 \times 180 = 23400$ Kilogramm, mithin 53400 Kilogramm Düngermaterialien. Hieraus wird er $53400 \times 2 = 106800$ Kilogramm = 2136 Centner Stalldünger erhalten, nach seiner Schätzung 106—107 Fuder.

Hiebei kommt nun sehr viel darauf an, wann der Dünger ausgefahren wird. Es sei hier der mürbe oder halbzergangene Dünger gemeint. Führt man frischen Dünger aus, so wird man mehr, wenn man ihn speckig werden läßt, weniger bekommen. 100 Centner frischer Dünger geben im mürben Zustand noch 75, im speckigen 50, im moderartigen kaum noch 15 Centner.

4) Der schlichte Bauersmann nimmt für seine Ernte gewöhnlich kein anderes Maß als Fuder und Schober. Ließe sich nicht eine Regel finden, aus den heimgeführten Fudern Getreide, Wicken, Klee, Heu und Grummet auf die zu gewinnenden Fuder Stallmist zu schließen, da es ja bei solchen Berechnungen auf ein paar Centner wohl nicht ankommt?

Auflösung.

Man erwäge Folgendes: Bei Getreidefuhren, wie sie vom Felde kommen, wird im Durchschnitt, wie wir noch später sehen werden, $\frac{1}{3}$ des Gewichtes auf die Getreidekörner gerechnet werden können, so daß man die hereingebrachten Getreidefuhren mit $\frac{2}{3}$ multipliziren muß, um die zur

Düngerbereitung verwendbaren Fuder Stroh zu erhalten. Addirt man nun die Fuder Heu, Grummet und Stroh, und multiplizirt die Summe mit 2, so wird man nahezu die Fuder Dünger erhalten, die wieder auf das Feld hinauszufahren kommen.

Wie sich von selbst versteht, müssen zum Zwecke solcher Berechnungen die Fuder einigermaßen gleich und ihr Gewicht beiläufig bekannt sein.

Z. B. Man hat 8 Fuder Heu und Grummet und 15 Fuder Getreide geerntet; wie viel Stalldünger wird zur Hinausführung angenommen werden können?

Antw. $\left(8 + 15 \, . \, \frac{2}{3}\right) \times 2 = 36$ Fuder.

II. Schluß von dem bekannten Düngergewicht auf die Futter- und Streumasse, jeden Bestandtheil einzeln genommen.

Beispiele.

1) Ein Oekonomiegut erfordert jährlich 2000 Centner Stalldünger. Wie viel Centner Streu und wie viel Centner Futter sind nothwendig, um diese Quantität Dünger zu erzeugen?

Auflösung.

Man weiß das Gewicht des Stalldüngers = 2000 Centner. Die Hälfte davon ist das Gewicht der Düngermaterialien, in Summe gedacht, nämlich 1000 Centner. Diese 1000 Centner bestehen aus zwei Bestandtheilen, Futter und Streu. Der Annahme gemäß ist die Streu $\frac{1}{4}$ vom Futtergewicht. Wir haben also 5 gleiche Theile, von welchen 4 Theile auf das Futter- und 1 Theil auf das Streugewicht kommen.

$\frac{1000}{5} = 200$ Centner für das Streugewicht, und $200 \times 4 = 800$ für das Futtergewicht.

2) Wie viel Centner Streustroh braucht man zur Erzeugung von 400 Centner Stallmist?

Antw. Die Summe der Düngermaterialien ist $\frac{400}{2}$ $= 200$ Centner. $\frac{1}{5}$ dieser Summe ist das Gewicht des Streustrohes, $\frac{200}{5} = 40$ Centner = 2000 Kilogramm.

3) Wie viel Centner Heu braucht man zur Produzirung von 500 Centner Stalldünger?

Antw. 500 Centner Dünger erfordern $\frac{500}{2} = 250$ Ctr. Düngermaterialien. Dieses Gewicht wird in 5 Theile zerfällt, von denen auf das Futter 4 kommen. $\frac{250}{5} = 50$; $50 \times 4 = 200$ Ctr. $= 10000$ Kilogramm Futtergewicht.

4) Um ein Feld in Stand zu halten, braucht man jährlich 50 Fuder Stalldünger. Wenn nun nur 18 Fuder Getreide und 10 Fuder Heu und Grummet geerntet werden, wird man für das nächste Jahr genug Dünger bekommen?

Antw. Die 18 Fuder Getreid-Garben dürfen nur für 12 Fuder verwendbares Stroh angenommen werden. Die Summe der Düngermaterialien beträgt also 22 Fuder, welche 44 Fuder Dünger geben. Es gehen daher noch 6 Fuder Dünger ab.

5) Wie viel Fuder Heu braucht man zu obigen 6 Fuder Dünger?
Antw. $2^1/_4—2^1/_2$ Fuder.

III. Schluß vom Futter- oder Streugewicht auf das zu erzeugende Düngergewicht.

Beispiele.

1) Für wie viel Centner Dünger reichen 28 Centner Streustroh aus?
Antw. 28 Ctr. Streu erfordern $28 \times 4 = 112$ Ctr. Futter. $(112 + 28) \times 2 = 280$ Centner Dünger.

2) Wie viele Fuder Dünger kann man aus 40 Fuder Heu erzeugen (selbstverständlich mit Hilfe des verhältnißmäßigen Streuquantums)?
Antw. $(40 + 10) \times 2 = 100$ Fuder Dünger.

§. 43.

Gutes Wiesenheu enthält alle dem Rindvieh nöthigen Nahrungsstoffe und zwar, was wichtig ist, in dem geeignetsten Verhältnisse (Rauminhalte), so daß Ernährung und Füllung des Magens zugleich erreicht wird, was z. B. bei den Getreidekörnern und dem Stroh nicht der Fall ist. Die Körner sind zwar nahrhafter als das Wiesenheu, allein das Rind kann damit seinen Magen nicht füllen; das Stroh dagegen füllt den Magen des Thieres, hat aber

in diesem Volumen nicht die nothwendigen Nahrungsstoffe. Andere Nahrungsmittel enthalten wieder eine Menge Wasser, wie z. B. Kartoffeln und Rüben. Gutes Wiesenheu ist daher die Normalnahrung für das Rindvieh und nährt es am besten; das am besten genährte Vieh gibt auch den meisten und besten Dünger. Bei den übrigen Futterstoffen nimmt man mit Recht an, daß sie nur im Verhältnisse ihrer Nahrhaftigkeit zur Düngerproduktion geeignet sind, d. h. mit einem Stoffe, der z. B. nur halb so nahrhaft ist als das Heu, wird man nur halb so viel und halb so guten Dünger erzeugen. Wenn man daher andere Futterstoffe verwendet und daraus die zu erzeugende Düngermenge bestimmen will, so muß man vorerst ihren Heuwerth berechnen, ihren Heuwerth und das dazu gehörige Streustroh addiren, und die Summe mit 2 multiplizieren. Das Produkt zeigt die Düngermenge an, die aus den fraglichen Stoffen erzeugt werden kann.

§. 44.

Man hat die Nahrhaftigkeit verschiedener Futterstoffe im Verhältniß zum guten Wiesenheu durch viele Versuche zu bestimmen gesucht und gefunden:

100 Kilogramm gutes Wiesenheu sind dem Futterwerthe nach gleich:

200	Kilogramm	Kartoffeln,
300	„	Runkelrüben,
440	„	Wasserrüben,
90	„	Kleeheu,
150	„	Erbsen-, Wicken- und Linsen-Stroh,
250	„	Gerstenstroh,
200	„	Haberstroh,
300	„	Wintergetreidstroh,
38—50	„	Hafer,
32	„	Wicken,
500	„	grünem Klee oder grünen Wicken.

Die Nahrhaftigkeit eines Futterstoffes im Verhältniß zum Wiesenheu heißt sein Heuwerth. So ist z. B. der Heuwerth der Kartoffeln $= \frac{1}{2}$, der Runkelrüben $= \frac{1}{3}$ u. s. w.

Beispiele.

1) Ein Bauer erntet 900 Centner Heu, 270 Hektoliter Futterkartoffeln und 30 Fuder Runkelrüben; wie viel Centner Dünger kann er aus dieser Futtermasse erzeugen?

Auflösung.

Die ganze Futtermasse werde als Heuwerth ausgedrückt. Ein Hektoliter Kartoffeln wiegt 75 bis 95 Kilogramm; nehmen wir 95, so wiegen 270 Hektoliter Kartoffeln $270 \times 95 = 25650$ Kilogramm $= 513$ Centner und sind gleich 257 Ctr.*) Heu. Ein Fuder wird gewöhnlich zu 22 Centner angenommen. 30 Fuder Runkelrüben haben ein Gewicht von $30 \times 22 = 660$ Centner und einen Heuwerth von $660 \times \frac{1}{3} = 220$ Centner.

Der Heuwerth der ganzen Futtermasse beträgt also:

900 Centner Heu	900 Centner
270 Hektoliter Kartoffeln . .	257 "
30 Fuder Runkelrüben . . .	220 "
Summe	1377 Centner.

Da die wässerigen Nahrungsstoffe mehr Streu erfordern als die trockenen, so setzen wir die nothwendige Strohmenge gleich einem Drittel des Heuwerthes, d. h. 459 Centner. Die Summe des Heuwerthes und der Streu ist $= 1377 + 459 = 1836$, und das Düngerquantum $= 1836 \times 2 = 3672$ Centner.

Anmerkung. Würde man die obigen Futterstoffe nicht auf den Heuwerth reduziren, so erhielte man $900 + 513 + 660 = 2073$. Hiezu Streu $\frac{2073}{3} = 691$; die Summe der Futterstoffe und der Streu wäre also: $2073 + 691 = 2764$. Das Doppelte hievon $= 5528$ wäre das Düngerquantum in Centnern. Allein dieses Resultat entspräche der Wirklichkeit nicht.

2) Auf einem Gute wurden geerntet: 20 Fuder Heu, 10 Fuder Grummet, 110 Hektoliter Futterkartoffeln, 12 Fuder Wasserrüben; wie viel Centner Streu sind zu dieser Futtermasse nöthig?

*) Bei derartigen Rechnungen vermeidet man die Brüche und rechnet $\frac{1}{2}$ und darüber für 1 Ganzes, unter $\frac{1}{2}$ läßt man ganz weg.

Auflösung.

20 Fuder Heu × 22 sind	440	Ctr. Heu
10 Fuder Grummet × 22	220	" "
110 × 95 = 10450 Kilogramm = 209 Centner, welche = ...	105	" "
12 Fuder Wasserrüben × 22 = 264 Centner, welche gleich sind 264 : 4,4 = . .	60	" "
Summe	825	Ctr. Heu.

Diese Summe theilt man aus dem oben angegebenen Grunde mit 3.

Die Antwort heißt: 275 Centner Streu.

3) Man hat folgende Futterstoffe: 15 Fuder Heu, 7 Fuder Grummet, 4 Fuder Futterkartoffeln, 13 Fuder Wasserrüben und 6 Fuder Futterstroh. Man setzt voraus, daß die nöthige Streu anders woher kommt und $\frac{1}{3}$ der auf Heuwerth berechneten Futtermasse ist. Wie viel Fuder Dünger bekommt man?

Auflösung.

Man wird hier die Fuder nicht in Centner zu verwandeln brauchen, da auch das Düngerquantum in Fudern auszudrücken ist. Auf den Heuwerth reduzirt, erhält man:

Heu	15	Fuder
Grummet	7	"
Futterkartoffeln . .	2	"
Wasserrüben . . .	3	"
Futterstroh	3	"
Summe	30	Fuder
Hiezu den dritten Theil als Streu	10	"
Summe	40	Fuder.

Demnach erhält man 40 × 2 = 80 Fuder Dünger.

§. 45.

Zur Düngung eines bayerischen Tagwerks braucht man 180 bis 220 Ctr. Rindviehmist.

Beispiele.

1) Wie viel Hektaren kann man mit 3200 Centner Rindviehmist düngen?

Antw. Suchen wir zuerst die Anzahl der Tagwerke und nehmen in runder Summe 200 Ctr. Mist auf das Tagwerk:

3200 : 200 = 16 Tagwerk,

1 Tagwerk = 0,34073 Hektaren, mithin 16:

0,34073 × 16 = 5,45 Hektaren = 5 Hektaren 45 Aren.

2) Wie viel braucht man Futter und Streu, um 3 Hektaren zu düngen?

Antw. 3 Hektaren = 8,80 b. Tagwerk*), daher braucht man, wenn wir wieder 200 Centner Mist im Durchschnitt annehmen: $8{,}80 \times 200 = 1760$ Centner Mist, welche $\frac{1760}{2 \cdot 5} = 176$ Centner Streu und $176 \times 4 = 704$ Centner Heu oder Heuwerth erfordern.

3) Ein Landwirth, der 102 Tagwerk, d. i. 34,75 Hektaren, Ackerland 9. Bonität ohne Wiesen und Wald besitzt, hat den Plan, sein Gut in 6 gleiche Schläge zu theilen und in folgender Weise zu bewirthschaften:

1. Schlag: Kartoffeln und jedes Tagwerk mit 180 Ctr. Mist gedüngt;
2. „ Sommergetreide mit Klee-Einsaat;
3. „ Klee;
4. „ Wintergetreide;
5. „ Wicken und jedes Tagwerk mit 112 Ctr. Mist gedüngt;
6. „ Wintergetreide.

Es entsteht nun die Frage: Kann diese Bewirthschaftung ohne Ankauf von Heu und Stroh oder Kunstdünger ordentlich betrieben werden?

Auflösung.

Auf jeden Schlag treffen 17 Tagwerk (= 5,79 Hektaren).

a) 17 Tagw. sollen $17 \times 180 = 3060$ und andere 17 Tagw. $17 \times 112 = 1904$, die beiden Schläge in Summe 4964 Ctr. Stalldünger erhalten. Hiezu braucht man $\frac{4964}{2 \cdot 5} = 496$ Ctr. Streustroh und $496 \times 4 = 1984$ Centner Futter.

b) Es werden geerntet:
   1) Kartoffeln per Tagwerk 70 Hektoliter = 1190 Hektoliter = 2261 Centner (das Hektoliter wiegt 95 Kilogramm);
   2) Sommergetreide. Rechnen wir auf das Tagwerk 17 Ctr. Stroh, so haben wir $17 \times 17 = 289$ Ctr. Sommergetreidestroh;
   3) Klee per Tagw. 45 Ctr., im Ganzen $17 \times 45 = 765$ Ctr.;
   4) Wintergetreide auf zwei Schlägen von 34 Tagwerk. Das Tagw. trage 22 Ctr. Stroh, folglich 34 Tagw. 748 Ctr.;
   5) Wicken per Tagw. 35 Ctr., macht 595 Ctr.

*) Anmerkung. Die Flächenumrechnungen werden fortan nicht mehr angezeigt werden, da insbesonders auch vorausgesetzt wird, daß jeder Landwirth, Dekonom ꝛc. im Besitze von Umrechnungstabellen sich befindet.

c) Reduziren wir die Futterstoffe auf den Heuwerth!

1) Sommergetreidstroh 289 Ctr. ist gleich .	144 Ctr. Heu
2) Das Kleeheu 765 ist gleich	850 „ „
3) Wicken, grün gemäht und gedörrt, 595 Ctr.	595 „ „
4) Wintergetreidstroh. Nach Abzug des nothwendigen Streustrohes bleiben zum Verfüttern 270 Ctr., welche gleich sind 270 : 3 = ...	90 „ „
5) Die vorstehenden 4 Posten geben 1679 Ctr. Futter, und es fehlen noch an unserm Bedarf 305 Ctr., die wir durch Kartoffeln decken. Verwenden wir davon 610 Ctr. zum Viehfutter, so haben wir den ganzen Futterbedarf gedeckt, indem 610 Ctr. gleich sind	305 „ „
	Summe 1984 Ctr. Heu.

Die auf Rechnung gegründete Antwort lautet: Diese Bewirthschaftung kann recht wohl bestehen. Die Düngung genügt und die Ernteansätze sind nicht übertrieben. Nur am Anfang werden Düngermaterialien angekauft werden müssen; ist aber die Wirthschaft einmal im Stande, so steht sie — ohne fremde Stütze — auf eigenen Füßen. Nur das Mißrathen des Klee's könnte sie wankend machen, doch der rationelle Landwirth wird durch Anbau anderer Surrogate dem zu steuern wissen. (Das vorliegende ist ein überzeugendes Beispiel von den Vorzügen der Wechselwirthschaft, aber sie fordert ein arrondirtes Feld!)

4) Wie viel Hektaren Wiesen braucht ein Dreifelderwirth zur gehörigen Bewirthschaftung von 36 Hektaren Aeckern, wenn er reine Brache halten und das Vieh das ganze Jahr im Stalle füttern will?

Auflösung.

1) Er muß jährlich 12 Hektaren, jedes mit 530 Ctr. Stallmist düngen, das macht $530 \times 12 = 6360$ Ctr.

2) Hiezu braucht er Streustroh: $\frac{6360}{2 \cdot 5} = 636$ Ctr., und Heu oder Heuwerth: $636 \times 4 = 2544$ Ctr.

3) Er bekommt von 12 Hektaren Wintergetreidstroh: 12×65 780 Ctr. Hievon muß er 636 Ctr. zur Streu verwenden, und es bleiben ihm zur Verfütterung noch 144 Ctr. Er bekommt Sommergetreidstroh: $12 \times 50 = 600$ Ctr.

Das Wintergetreidstroh hat einen Heuwerth

von $\frac{144}{3}$ . . . . 48 Ctr.

Das Sommergetreidstroh hat einen Heuwerth

von $\frac{600}{2}$ . . . . 300 Ctr.

Summe 348 Ctr.

4) Da er 2544 Ctr. Heuwerth braucht, auf seinem Ackerfeld aber nur 348 Ctr. gewinnt, so fehlen ihm 2196 Ctr. Heu. Nehmen wir an, daß er auf einem Hektar Wiesen 100 Ctr. Heu und Grummet erntet, so braucht er nicht mehr als 22 Hektaren gute Wiesen, d. h. 38 Procent seines ganzen Grundbesitzes*).

5) Wie viele Wiesen braucht dieser Dreifelderwirth, wenn er die Hälfte der Brache mit Klee anbaut?

Antw. Rechnen wir auf das Hektar 130 Ctr. Kleeheu, so erhält er auf der halben Brache 6 × 130 = 780 Ctr., welche einen Heuwerth von 867 Ctr. haben. Zur Erzeugung dieser Heumasse sind 8,67 Hektaren Wiesen von der vorher erwähnten Beschaffenheit nothwendig, und unser Landwirth wird mit 13,33 Hektaren Wiesenland ausreichen, d. h. mit 27 Procent des ganzen Besitzthums.

Anmerkung. Bei der Bestimmung des Düngerquantums wurden die Futterstoffe auf den Heuwerth reduzirt. Allein Landwirthe nehmen im Allgemeinen von dieser Reduzirung Umgang und verlangen blos, daß das Gewicht des Futters, im trockenen Zustande gewogen, mit 2 multiplizirt werde, um das Düngerquantum zu bestimmen. Indeß hat die hier in Anwendung gebrachte Methode bei Bestimmung der Menge des Rindviehdüngers den Vorzug der größeren Richtigkeit. Anders verhält es sich beim Pferdedünger, wie wir später sehen werden.

*) 36 Hektaren Aecker und 22 Hektaren Wiesen.

Sechstes Kapitel.

Landwirthschaftliche Arbeiten.

§. 46.

Tabelle für die Zeitdauer einiger landwirthschaftlichen Arbeiten.

Als Arbeitskraft in dieser Tabelle ist, wenn nichts Anderes bemerkt, 1 Person und 1 Gespann mit 2 Pferden zu denken.

Art der Arbeit.	Arbeit in 1 Tage (Arbeitstag).	Zeitdauer der Arbeit für 1 bayr. Tagwerk.	Zeitdauer für 1 Hektar.
Ackern.	Ein Pflug ackert in einem Tage:* a) in schwerem Boden $^1/_2$ bis $^3/_4$ Tagwerk, (0,17 bis 0,26 Ha); b) in leichtem $1^1/_4$—$1^3/_4$ Tagw. (0,43—0,60 Ha). * Der Arbeitstag für das Zugvieh zu 8 Stunden angenommen.	a) in schwerem Boden 1 Tag 2 Stunden bis 2 Tage; b) in leichtem von $4^1/_2$—$6^1/_2$ Stunden.	a) in schwerem Boden 4—6 Tage; b) in leichtem von 1 Tag 5 Stunden bis 2 Tag 3 Stunden.

Eggen.	In 1 Tage werden mit 1 Egge 3—5 Tagw. (1,02—1,70 Ha) geeggt.	1 Tagw. wird in $1^1/_2$—$2^1/_2$ Stunden geeggt.	1 Hektar in $4^1/_2$—$7^1/_2$ Stunden.
Mistladen.	1 Person ladet in 1 Tage* 9 12 Fuder à 20—27 Ctr. * Ein Arbeitstag eines Taglöhners zu 10 Stunden gerechnet.	Rechnen wir auf das Tagw. 180 Ctr. Mist, so wird derselbe in 5—10 Stunden geladen werden können.	Rechnet man auf 1 Hektar 530 Ctr. Mist, so wird derselbe in 15—30 Stunden, d. i. in $1^1/_2$ bis 3 Arbeitstagen geladen werden.
Mistabladen.	1 Mann kann in 1 Tage 30—40 Fuder abladen.	Der für 1 Tagw. nöthige Dünger wird in 2—$2^1/_2$ Stunden abgeladen.	Der für 1 Hektar nöthige Mist kann in $5^3/_4$—7 Stunden abgeladen werden.
Mistbreiten.	Von 1 Mann in 1 Tag 10 bis 15 Fuder.	Der für 1 Tagw. nöthige Mist kann in 5—8 Stunden gebreitet werden.	Für 1 Hektar in 15—23 Stunden, d. i. in $1^1/_2$—$1^1/_4$ Arbeitstagen.
Säen.	Auf breiten Beeten sät man in 1 Tage 10—15 Tagw. (= 3,41—5,11 Ha) auf schmalen 6—7 Tagwerk (= 2,04—2,39 Ha).	1 Tagw. mit breiten Beeten wird in $^3/_4$—1 Stunde besät, mit schmalen in 1—$1^1/_2$ Stunden.	1 Hektar mit breiten Beeten in $2^1/_2$—3 Stunden, mit schmalen in 3—4 Stunden.
Versetzen von Pflanzen.	1 Person kann in 1 Tage 2500—3000 Pflanzen versetzen.	Rechnet man auf 1 Tagw. 10,000 Pflanzen, so wird das Pflanzenversetzen auf 1 Tagw. 1 Person 3—4 Tage beschäftigen.	Auf 1 Hektar 30000 Pflanzen gerechnet, beschäftigt 1 Person 10—12 Tage.
Jäten.	1 Person jätet in 1 Tage 10—20 Dezimalen, d. i. 3,41—6,81 Aren.	1 Tagw. wird von 1 Person in 5—10 Tagen gejätet.	1 Hektar in 15—29 Tagen.

Art der Arbeit.	Arbeit in 1 Tage (Arbeitstag).	Zeitdauer der Arbeit für 1 bayr. Tagwerk.	Zeitdauer für 1 Hektar.
Behacken mit der Haue.	1 Arbeiter behackt in 1 Tage 10—12 Dezim., d. i. 3,41 bis 4,09 Aren.	1 Tagw. wird von 1 Arbeiter in 8—$9^1/_2$ Tagen behackt.	1 Hektar in $23^1/_2$—28 Tagen.
Getreid-schneiden.	1 Person schneidet in 1 Tage $^1/_3$ $^1/_2$ Tagw., d. i. 11,25 bis 17,04 Aren.	1 Tagw. kann von 1 Schnitter in 2—3 Tagen geschnitten werden.	1 Hektar in 6—9 Tagen.
Getreidmähen.	In 1 Tage mäht 1 Person mit der Sense 1—2 Tagwerk (= 0,34—0,68 Ha).	1 Tagw. wird von einer Person in 1—2 Tagen gemäht.	1 Hektar in 3— 6 Tagen.
Getreid-wenden.	1 Arbeiter wendet in 1 Tage 3—5 Tagw. (= 1,02 bis 1,70 Ha).	1 Tagw. kann von 1 Arbeiter in 2—3 Stunden gewendet werden.	1 Hektar in 6—9 Stunden.
Getreidbinden.	1 Person breitet die Bänder, 5 tragen zusammen, und 2 binden; zusammen fertigen sie in 1 Tage 2400 Garben, folglich treffen auf 1 Arbeiter 5 Schober.	Rechnet man auf 1 b. Tagw. 3—5 Schober Getreide, so fordert das Binden der Frucht 6—10 Arbeitsstunden.	Rechnet man auf 1 Hektar 9—15 Schober, so sind 18—30 Arbeitsstunden, d i. $1^3/_4$ (2) bis 3 Tage erforderlich.
Getreidaufmanteln.	1 Arbeiter mantelt in 1 Tage 6—10 Schober auf.	Das Getreid eines b. Tagw. aufzumanteln erfordert 3—8 Arbeitsstunden.	Das eines Hektars erfordert 9 Stunden (1 Tag) bis $2^1/_2$ Arbeitstage.

Getreid-aufladen.	2 Personen laden in 25 Minuten 2 Schob., folglich fordert das Laden von 24 Schobern eine Tagesarbeit (von 1 Person).	Das Getreid von 1 Tagw. wird in $1^1/_4$—2 Stunden geladen.	Das Getreid von 1 Hektar in $3^3/_4$—6 Stunden.
Getreid-abladen.	1 Arbeiter ladet in 1 Tage 12—16 Fuder in Garben gebundenes Getreide ab; ungebundenes 7—10 Fuder.	Das in Garben gebundene Getreide von 1 Tagw. wird in 1—$1^3/_4$ Stunden abgeladen; ungebundenes in 2—3 Stunden.	Von 1 Hektar in Garben gebundenes Getreide in $2^3/_4$—5 Stunden, ungebundenes in 6—9 Stunden.
Dreschen mit dem Dreschflegel einschließlich des Reinigens und Aufspeicherns.	1 Arbeiter drischt in 1 Tage: vom Weizen und Roggen $^1/_2$—1 Hektoliter, von den Vesen $2^1/_2$—3 Hektoliter, von der Gerste $^3/_4$—$1^1/_4$ Hektoliter, vom Hafer 1—$1^1/_2$ Hektoliter, von den Erbsen und Wicken $^3/_4$—$1^1/_4$ Hektoliter, von den Bohnen 1—2 Hektoliter.	1 Arbeiter drischt von 1 Tagw.: den Weizen und Roggen in 1—2 Wochen, die Vesen in 4—5 Tagen, die Gerste in 5—10 Tagen, den Hafer in 6—10 Tagen, die Erbsen und Wicken in 5—10 Tagen, die Bohnen in 3—6 Tagen.	Von 1 Hektar: den Weizen und Roggen in 3—6 Wochen, die Vesen in 12—$14^1/_2$ Tagen, die Gerste in 15—29 Tagen, den Hafer in 18—29 Tagen, die Erbsen und Wicken in 15—29 Tagen, die Bohnen in 9—$17^1/_2$ Tagen.
Mähen des Grases.	1 Mann mäht in 1 Tage $^3/_4$—2 Tagwerk (= 0,25 bis 0,68 Ha).	1 Tagw. wird nach Umständen in 5—13 Stunden gemäht.	1 Hektar in 15—38 Stunden, d. i. in $1^1/_2$—$3^3/_4$ Tagen.

Art der Arbeit.	Arbeit in 1 Tage (Arbeitstag).	Zeitdauer der Arbeit für 1 bayr. Tagwerk.	Zeitdauer für 1 Hektar.
Trocknen des Grases durch Anstreuen, mehrmaliges Wenden u. Zusammenrechen.	1 Person trocknet in 1 Tage das Gras von 40—50 Dezimalen (d. i. 14—17 Aren).	Das Anstreuen, Wenden und Zusammenrechen des Grases von 1 Tagwerk erfordert 2—2$^1/_2$ Tagschichten.	Von 1 Hektar 5—7$^1/_2$ Tagschichten.
Laden des Heues.	Zum Laden von 35—56 Ctr. Heu rechnet man 1 Tagsarbeit.	Rechnen wir auf das Tagwerk 22—35 Ctr. Heu, so fordert das Laden des Heues von 1 Tagwerk 4—10 Stunden.	Auf das Hektar 65—100 Ctr. Heu, so fordert das Laden des Heues von 1 Hektar 1$^1/_4$—3 Arbeitstage.
Heuabladen auf hohe Böden.	7 Fuder abladen erfordert 1 Tagsarbeit.	Das Abladen des Heues von 1 Tagw. fordert 1$^1/_2$—2 Stunden.	Von 1 Hektar sind 4$^1/_2$ 6 Stunden erforderlich.
Aufladen von Erde.	1 Mann ladet in 10 Minuten 0,5 Kubikmeter Erde auf den Wagen; er fertiget also in 8 St., d. i. 1 Arbeitstag des Zugviehes, 48 Wägen.		

Karrenschieben.	1 Arbeiter schiebt in 1 Tage 230 Karren à 0,03 Kubikmeter auf 6 Meter.	
Karrenladen.	Auf 3 Karrenschieber kommt bei 6 Meter Entfernung 1 Karrenlader. 1 Mann kann in 1 Tage 700 Karren laden.	

Anmerkungen.

1) Man nimmt an, daß die Wiesen blos ein Drittel so viel Arbeit erfordern als die Aecker.

2) Setzt man die Arbeit eines vollkräftigen Pferdes gleich 1, so ist die Leistung eines Ochsen und dreijährigen Pferdes $= \frac{2}{3}$, eines zweijährigen Pferdes $= \frac{1}{4}$, einer Fohlenstute $= \frac{1}{2}$.

3) Die Arbeitsleistung eines Knaben oder eines weiblichen Dienstboten ist $\frac{3}{5}$ von der eines kräftigen Mannes.

4) Ein geladener Wagen macht in 1 Secunde 0,88 Meter, ein leerer 1 Meter.

5) Auf einer Kunststraße wird die Ladung für 1 Pferd zu 560 Kilogramm gerechnet, auf schlechten Wegen 340—450 Kilogramm. Auf guten Wegen und für kurze Strecken kann man ausnahmsweise die Ladung eines Pferdes auf 670—840 Kilogramm annehmen.

6) 5 Kubikmeter fester Boden werden, wenn er durch Graben gelockert wird, 9 Kubikmeter.

7) Ein Kubikmeter trockene Erde wiegt 1120—1570 Kilogramm, nasse 1350—1800 Kilogramm.

8) Eine bayerische Wegstunde ist = 3,70749 Kilometer.

§. 47.

Beispiele.

1) Wie theuer kommt die Erzeugung (Produktion) eines Tagwerks Winterroggen zu stehen?

Auflösung:

a)	viermal ackern à 5 St. = 20 St. Die Stunde Arbeit eines Mannes und zweier Pferde rechnen wir zu 50 ₰	10 M. — ₰
b)	dreimal eggen à 2 St. = 6 St. macht .	3 M. — ₰
c)	düngen, und zwar:	
	Mist laden 7 St. Die Stunde eines Taglöhners koste 15 ₰	1 M. 05 ₰
	abladen $2^1/_4$ St.	— M. 34 ₰
	breiten 6 St.	— M. 90 ₰
	Dünger 200 Ctr. à 20 ₰	40 M. — ₰
d)	säen $^3/_4$ St.	— M. 12 ₰
e)	schneiden $2^1/_2$ Tag. Da man in der Ernte etwas mehr bezahlen muß, so rechnen wir für 1 Tagwerk Getreidschneiden	5 M. — ₰
f)	binden 8 St.	1 M. 20 ₰
g)	aufmanteln 5 St.	— M. 75 ₰
h)	aufladen $1^1/_2$ St.	— M. 22 ₰
i)	abladen $1^1/_4$ St.	— M. 20 ₰
k)	dreschen 9 Tagschichten	13 M. 50 ₰
l)	Rechnen wir hierzu noch das nothwendige Saatgut zu 65 Liter Roggen, das Hektoliter 10 M.	6 M. 50 ₰
m)	Zins für das Tagwerk zu 350 M. . . .	14 M. — ₰
		Summe 96 M. 78 ₰

Wegen der Entfernung des Grundstückes vom Hause kann man in runder Summe 100 M. annehmen.

So müßte ich allerdings rechnen, wenn man die Wirkung des Düngers im nächsten Jahre nicht mehr verspüren würde. — Allein man thäte dem Roggen Unrecht, wenn man glaubte, er habe allen eingebrachten Dünger verzehrt. Er hat auch etwas von der Düngerkraft für das nächste Jahr übrig gelassen. Man darf ihm strenge genommen nur die Hälfte der Düngerauslagen zur Last rechnen, wodurch seine Erzeugungskosten um 20—22 M. vermindert werden.

Die Produktionskosten eines Hektars würden sich unter den gleichen Annahmen auf ca. 290—300 Mark erstellen, wobei ca. 60—65 M. an den Düngerauslagen in Abrechnung kämen.

2) Wie hoch kommen die Produktionskosten eines Tagwerks Gerste?

Auflösung:

a)	dreimal ackern, mit Hin- und Herfahrt, die auch bei den folgenden Arbeiten immer eingerechnet wird, à 6 St. $\times$ 3 = 18 St.	9 ℳ — ₰
b)	säen, 1 Stunde	— ℳ 15 ₰
c)	eineggen 2 St.	1 ℳ — ₰
d)	mähen, $1^1/_2$ Tagschichten, à 1 ℳ 50 ₰, weil zur Erntezeit	3 ℳ 50 ₰
e)	binden, 8 St. à 15 ₰	1 ℳ 20 ₰
f)	nachrechen, 2 St.	— ℳ 30 ₰
g)	aufladen, $1^1/_2$ St.	— ℳ 22 ₰
h)	heimführen, 2 St.	1 ℳ — ₰
i)	abladen, $1^1/_4$ St.	— ℳ 20 ₰
k)	dreschen, 6 Tagschichten à 1 ℳ 50 ₰ .	9 ℳ — ₰
l)	Saatgut, 70 Liter, per Hektoliter 9 ℳ	6 ℳ 30 ₰
m)	Verzinsung des Grundkapitals nebst verschiedenen Lasten und Abgaben	20 ℳ — ₰
n)	Es ist zwar zur Gerste nicht gedüngt worden, da sie aber nach Roggen angebaut wurde und folglich von der vorjährigen Düngung zehrt, so hat sie verhältnißmäßig an den Düngungskosten zu tragen, nämlich mit ca. $^1/_3$ der Gesammtauslagen für den Dünger	15 ℳ — ₰
	Summe	66 ℳ 87 ₰
	d. i. abgerundet ca.	70 ℳ

Für 1 Hektar würden sich ca. 200 ℳ ergeben.

3) Ein Knecht fährt auf einen $^1/_2$ (d. i. 1,85 Kilometer) Stunde entfernten Acker, um dort $2^1/_2$ Schober Wintergetreide zu laden und dann heimzuführen; nach welcher Zeit kann er wieder zurück sein?

Antw. Da 2 Schober in 25 Minuten geladen werden, so braucht man zu $2^1/_2$ Schober $31^1/_4$ Minuten. Er kann also in $1^1/_2$ Stunden wieder zurück sein.

4) In welcher Zeit kann ein Kilometer mit einem geladenen Fuhrwerk zurückgelegt werden?

Antw. Ein geladener Wagen legt in 1 Sekunde 0,88 Meter zurück, folglich macht er 1 Kilometer = 1000 Meter in 1140 Sekunden, d. i. in ca. $^1/_4$ Stunde.

5) Ein Grabenmacher verlangt für einen Graben, der oben 1 Meter, unten 0,30 Meter breit und 0,80 Meter tief ist, per Meter 10 ₰, wie hoch kommt das Kubikmeter?

Antw. Der Graben ist ein Prisma, dessen Grundflächen Trapeze sind. Der Kubikinhalt eines Meters dieses Grabens ist: $\left(\frac{1 + 0{,}30}{2}\right) \times 0{,}80 \times 1 = 0{,}52$ Kubikmeter.

Kosten 0,52 Kubikmeter 10 ₰, so kostet 1 Kubikmeter 19,2 ₰, oder abgerundet 20 ₰.

6) Es soll ein Graben gemacht werden, der an der Sohle 0,30 Meter und oben 0,90 Meter breit, 0,60 Meter tief und 300 Meter lang ist.

a) Wie viele Kubikmeter müssen ausgehoben werden?
b) Was kostet das Aufwerfen des Grabens, wenn man für das Kubikmeter 10 ₰ bezahlt?
c) Was kostet das Gespann, wenn die Erde 300 Meter fortgeführt werden muß?

Auflösung.

a) Vorerst muß der Kubikinhalt des Grabens berechnet werden.

Er ist $= \left(\frac{0{,}30 + 0{,}90}{2}\right) \times 0{,}60 \times 300 = 108$ Kubikmeter.

b) Für jedes Kubikmeter werden 10 ₰ bezahlt, also für 108 Kubikmeter 10 ℳ 80 ₰.

c) 5 Kubikmeter gewachsener Boden werden durch die Bearbeitung 9. Wir erhalten also 194 Kubikmeter Erde. Laden wir auf 1 Fuder 0,5 Kubikmeter, so erhalten wir 388 Fuder. Ein Fuder fordert folgende Zeit: Zum Hin- und Herfahren 600 Meter, gibt $\frac{600}{0{,}94} = 640$ Secunden oder $\frac{750}{60} = 11$ Minuten; das Aufladen 10 Minuten, das Abladen 2, Summa 23 Minuten. Die 388 Fuder erheischen $\frac{388 \times 23}{60}$ 149 rund 150 Stunden. Die Stunde Gespannarbeit kostet 50 ₰, folglich die sämmtlichen Gespannsarbeiten 75 ℳ.

7) Ein Acker wird zweimal gepflügt. Die Witterung und Schnelligkeit des Gespanns ist jedes Mal gleich. Der Unterschied ist: das erste Mal schneidet der Pflug 15 Centimeter Land ab und das zweite Mal 18. Um wie viel an Zeit werde ich das zweite Mal früher fertig als das erste Mal?

Auflösung.

Der Acker sei 60 Meter lang und 60 Meter breit. Schneidet der Pflug 15 Centimeter ab, so erhalte ich 60 : 0,15 = 400 Furchen; schneidet der Pflug 18 Centimeter ab, so wird die Zahl der Furchen 60 : 0,18 = 333. Die Furchen sind in beiden Fällen gleich lang; daher macht das Gespann das erste Mal einen Weg von 400 × 60 = 24000 Meter; das zweite Mal von 333 × 60 = 19980 Meter. Es mache das Gespann in einer Sekunde 0,88 Meter, so braucht es zu den 24000 Metern 7 Stunden 35 Minuten, und zu den 19980 Metern 6 Stunden 18 Minuten. Ich werde also das zweite Mal um 1 Stunde 17 Minuten früher fertig.

Siebentes Kapitel.

Erzeugnisse des Feldbaues.

§. 48.

Tabelle über Gewicht und Anzahl verschiedener Samenkörner.

Namen.	Ein Hektoliter Körner wiegt durchschnittlich Kilogramm	Ein Kilogramm hat Körner
Winterweizen	76	34860
Sommerweizen	73	36060
Vesen (Dinkel)	40	— —
Roggen	71	47290
Sommerroggen	68	49040
Gerste	63	30400
Hafer	45	37600
Erbsen	75	10100
Linsen	79	3830
Wicken	76	13250
Feldbohnen	74	2060
Kohlreps	67	34460
Lein	76	207850
Klee	71	437500
Kartoffeln	75—95	— —
Mais	70	3760

§. 49.

Gewicht und Rauminhalt des Heues.

Ein Kubikmeter neues, mäßig zusammengedrücktes Heu wiegt 70 Kilogramm; durch die Gährung verliert das Heu an Gewicht 5 bis 8 Procent, an Rauminhalt 15 bis 25 Procent. Ein Kubikmeter gegohrenes zusammengedrücktes Heu kann bis 115 Kilogramm wiegen.

Beispiele.

1) Wie viele Roggenkörner gehen auf ein Gramm?
Antw. 47 bezw. 49.

2) Wie viele Weizenkörner gehen auf ein Hektoliter?
Antw. 2649360 bezw. 2632380.

3) Ein Fuder Heu hat folgende Ausmaße: a) Raum innerhalb der Leitern: untere Breite 0,60 Meter, obere 1,30 Meter, Tiefe des Leiterwagenraumes 0,60 Meter, Länge 5,10 Meter; b) oberhalb der Leitern: Breite 2,30 Meter, Höhe 1,15 Meter. Wie viele Kubikmeter Heu sind auf dem Wagen, und wie schwer ist das Heu?

Auflösung.

a) Der Raum innerhalb der Wagenleitern ist ein Prisma, dessen Grundflächen oder Querdurchschnitte Trapeze sind. Sein Kubikinhalt ist: $\left(\frac{0{,}60 + 1{,}30}{2}\right) \times 0{,}60 \times 5{,}10 =$ 2,907 Kubikmeter.

b) Der Raum oberhalb der Leiter ist ein Parallelepipedum, dessen Kubikinhalt gleich ist: $2{,}30 \times 1{,}15 \times 5{,}10 =$ 13,490 Kubikmeter.

c) Die Summe beider Räume ist $= 2{,}907 + 13{,}490 = 16{,}397$ Kubikmeter. Da ein Kubikmeter Heu 70 Kilogramm wiegt, so haben wir $16{,}397 \times 70 = 1147{,}790 =$ 1148 Kilogramm oder ca. 22—23 Centner.

§. 50.

Tabelle über Aussaat und Ernte 1) auf ein bayerisches Tagwerk, 2) auf ein Hektar.

(Siehe nächste Seite.)

Fruchtgattung.	Aussaat auf 1 bayr. Tagwerk.		Ertrag von 1 bayr. Tagwerk.			Gewicht der Gesammternte.	Verhältniß d. Aussaat zur Körnerernte.
			Körner, Samen, Knollen		Stroh ꝛc.		
	Hektoliter	Kilogramm	Hektoliter	Centner	Centner	Centner	Aussaat = 1
Winterweizen . . .	0,55—0,74	42—56	5,56—7,78	8½—12	18—22½	26½—34½	7,5—14
Sommerweizen . .	0,74—0,93	54—67	4,45—5,56	6½—7½	15½—18	22—25½	4,8—6,4
Vesen (Dinkel) . .	1,11—1,85	48—84	13,34—20,01	12½—18	18—22½	30½—40½	10,6 18,8
Roggen	0,55—0,74	39—53	5,56—8,90	8—12½	18—28	26—40½	7,5—16
Sommerroggen . .	0,93	62	4,45—5,56	6—8	17—22½	23—30½	5—6,4
Gerste	0,55—0,74	36—50	6,67—11,12	8½—14	17—20	25½—34	8,3—19
Hafer	0,93—1,48	42—67	6,67—13,34	6—12½	15½—20	21½—32½	4,6—14,7
Erbsen	0,74	56	4,45—6,67	7—10	18—22½	25—32½	6—9
Wicken	0,55—0,74	42—56	4,45—6,67	7—10	15½—20	22½—30	6 12
Linsen	0,55	44	3,33—5,56	5—7½	8—11	13—18½	6—8,7
Bohnen	0,46—0,65	34—46	4,45—11,12	7—16½	17—22½	24—39	7—24,6
Winterreps . . .	—	3—4½	4,45—8,90	6—11½	18—22½	24—34	65—209
Lein	0,74—1,30	56—98	1,12—3,33	1½—5	28—73 Kgr gehechelten Flachs u. 56—112 Kgr Werg.	—	0,9—4,5
Rother Klee . . .	—	6—7	1,12—1,50	1½—2¼	9—11	—	12,5—20
oder	—	—	—	—	—	22½—53 Kleeheu	
Kartoffeln	5,56—6,67	420—504	44,47—88,94	67—134½	—	67—134½	6,6—16
Mais	0,12—0,19	8—12	11,12—22,24	14—28	45—56	59—84	60 178
Wasserrüben . . .	—	0,85—1	—	112—336	—	112—336	
Runkelrüben . . .	—	1—2	—	168—224	78½—112 Blätter.	246½—336	

Fruchtgattung.	Aussaat auf 1 Hektar.		Ertrag von 1 Hektar.			Gewicht der Gesammternte.	Verhältniß d. Aussaat zur Körnerernte.
			Körner, Samen, Knollen		Stroh ꝛc.		
	Hektoliter	Kilogramm	Hektoliter	Centner	Centner	Centner	Aussaat = 1.
Winterweizen . . .	1,60—2,15	123—164	16,30—22,80	25—35	53—66	78—101	7,5—14
Sommerweizen . .	2,15—2,73	158—196	13,05—16,30	19—22	45—53	64—75	4,8—6,4
Vesen (Dinkel) . .	3,25—5,40	141—246	39,10—58,65	37—53	53—66	90—119	10,6—18,8
Roggen.	1,60—2,15	115—155	16,30—26,10	23—37	53—82	76—119	7,5—16
Sommerroggen . .	2,73	182	13,05—16,30	18—23	50—66	68—89	5—6,4
Gerste	1,60—2,15	106—147	19,55—32,60	25—41	50—59	75—100	8,3—19
Hafer	2,73—4,35	123—196	19,55—39,10	18—37	45—59	63—96	4,6—14,7
Erbsen	2,15	164	13,05—19,55	20½—29	53—66	73½—95	6—9
Wicken	1,60—2,15	123—164	13,05—19,55	20½—29	45—59	65½—88	6—12
Linsen	1,60	129	9,75—16,30	15—22	23—32	38—54	6—8,7
Bohnen.	1,35—1,90	100—135	13,05—32,60	20½—48	50—66	70½—114	7—24,6
Winterreps . . .	—	9—13	13,05—26,10	18—34	53—66	71—100	65—209
Lein	2,15—3,80	164—268	3,30—9,75	4—15	82—214 Kgr gehechelten Flachsu. 164—328 Kgr Werg.	—	0,9—4,5
Rother Klee . . .	—	18—21	3,30—4,40	4—6½	26—32	—	12,5—20
oder	—	—	—	—	—	66—164 Kleeheu.	
Kartoffeln	16,30—19,55	1231—1478	130,40—260,80	196—394	—	196—394	6,6—16
Mais	0,35—0,55	23—35	32,60—65,20	41—82	132—164	173—246	60—178
Wasserrüben . . .	—	2½—3	—	328—984	—	328—984	
Runkelrüben . . ,	—	3—6	—	493—656	230—328 Blätter.	723—984	

Beispiele.

1) Ein Gutsbesitzer hat 450 Hektoliter Roggen ausgedroschen; es frägt sich nun: a) Wie viel Tagwerk bezw. Hektaren hat er mit Roggen angebaut? b) Wie viel Hektoliter hat er ausgesäet? c) Wie viel Centner Roggenstroh hat er bekommen?

Auflösung.

a) Bei einer guten Ernte kann man auf das Tagwerk 8,90 Hektoliter Roggen rechnen, also $\frac{450}{8,90} = 50,56$ oder rund 50 Tagwerk. Auf das Hektar sind 26,10 Hektoliter zu rechnen, daher $\frac{450}{26,10} = 17,24$ oder rund 17 Hektaren.

b) Auf ein b. Tagwerk säet man 0,55 bis 0,74 Hektoliter aus, nehmen wir 0,74 Hektoliter an: $50 \times 0,74 = 37$ Hektoliter Saatgut. Auf ein Hektar säet man ca. 2,15 Hektoliter, daher: $17 \times 2,15 = 36,55$, d. i. $= 37$ Hektoliter Saatgut.

c) Das b. Tagwerk gibt zwischen 18 bis 28 Ctr. Stroh. Hier 24: $50 \times 24 = 1200$ Ctr. Stroh. Wenn das Schaub oder Schied 3,5 Kilogramm schwer ist, so ist der Schober $= 210$ Kilogramm, und wir haben $\frac{1200 \times 50}{210} = \frac{2000}{7} = 286$ Schober.

2) Wie kann man aus der Anzahl der geernteten Hektoliter Getreide die Centner Stroh annähernd bestimmen?

Antw. Beim Wintergetreide multiplizire man die Anzahl der Hektoliter mit 2,7 oder 3,2, beim Sommergetreide mit 1,8 oder 2,3, je nachdem in einem Jahre der Getreid- oder der Strohbau mehr vorschlägt; bei Vesen mit 0,9 oder 1,4. Den Beweis kann man sich aus der obigen Tabelle entnehmen.

3) Man sagt oft, das Stroh decke die Auslagen für die Arbeit der Menschen und Thiere; es frägt sich, ob das annähernd richtig sei?

Antw Ja; legen wir etwa das erste Beispiel des §. 47 zu Grunde, so sind die Auslagen für Dünger, Saatgut und Verzinsung des Grundkapitals: 20 *M.* + 6 *M.* 50 ₰ + 14 *M.* = 40 *M.* 50 ₰. Diese Summe, abgezogen von 80 *M.* gibt 39 *M.* 50 ₰ als Auslage für die Arbeit der Menschen und Thiere; aber auch der Werth des Wintergetreidstrohes von 1 Tagwerk erreicht so ziemlich diese Zahl, wovon man sich durch Nachrechnung überzeugen kann. Etwas Aehnliches würde sich beim Sommergetreide ergeben; denn wenn dieses weniger Stroh abwirft, so fordert es auch etwas weniger Arbeit.

Man erkennt, daß die Arbeitsunkosten hinreichend durch den Strohwerth gedeckt sind, während Dünger, Samen und Zins des Grundkapitals dem Körnerwerth zur Last fallen.

Achtes Kapitel.

Aufbewahrung der landwirthschaftlichen Produkte.

§. 51.

Bestimmung des körperlichen Raumes, den die landwirthschaftlichen Erzeugnisse einnehmen.

Wer Oekonomiegebäude aufführen will, dem möchten nachstehende Notizen dienlich sein:

a) Ein bayr. Tagwerk Acker gibt 3—5 Schober Wintergetreide und 2—3 Schober Sommergetreide. Ein Schober hat 6—7 $^1/_2$ Kubikmeter. Ein Hektar gibt demnach 9—15 Schober Wintergetreide und 6 bis 9 Schober Sommergetreide.

b) Ein bayr. Tagwerk Wiese trägt 22—34 Ctr. Heu und 11—17 Ctr. Grummet; ein Hektar 65—100 Ctr. Heu und 32—50 Ctr. Grummet.

c) Ein Centner, d. i. 50 Kilogramm, neues Heu hat 0,800 Kubikmeter, altes 0,600—0,700 Kubikmeter. Ein Centner fettes Heu hat 0,450 Kubikmeter. Der Kubikinhalt des Grummets ist $^4/_5$ von dem des Heues.

d) Ein Hektoliter hält 0,1 Kubikmeter, d. i. 100 Kubik-Decimeter.

e) Eine Kuh braucht jährlich 82 Ctr. Heu und 20 Ctr. Streustroh, in runder Summe 100 Ctr.; ein Schaf 8—10 Ctr.; ein Pferd 56—67 Ctr. Heu und Stroh und 27—36 Hektoliter Hafer.

Beispiele.

1) Auf einem Bauernhofe werden jährlich 27 Tagwerk (= 9,20 Hektaren) mit Wintergetreide und 27 Tagwerk mit Sommergetreide angebaut; wie groß soll das sog. Getreideviertel sein?

Antw. Sommergetreide: 27×3 $= 81$ Schober à 7,5 Kubikmeter, macht: 607,5 Kubikmeter
Wintergetreide: $27 \times 5 = 135$ Schober à 7,5 Kubikmeter, macht . . 1012,5 „

Summe 1620 Kubikmeter.

2) Bei dem eben genannten Hofe sind 20 Tagwerk (= 6,80 Hektaren) Wiesen; wie groß muß das Heuviertel desselben sein?

Antw. Heu: $20 \times 34 = 680$ Ctr., den Ctr. zu 0,8 Kubikmeter = ... 544 Kubikmeter
Grummet: $20 \times 17 = 340$ Ctr., den Ctr. zu 0,64 Kubikmeter = ... 218 „

Summe 762 Kubikmeter.

3) Wenn das eben berechnete Getreide- und Heuviertel in einer Scheune sein soll, welche Dimensionen (Länge, Breite, Höhe) muß dieselbe haben?

Auflösung.

a) Wir brauchen für das Getreide . . . 1620 Kubikmeter
„ „ „ Heu und Grummet . 762 „

Summe 2382 Kubikmeter.

b) Die Scheune soll nicht bis an den Giebel angefüllt werden, sondern $\frac{1}{8}$ des ganzen Raumes frei bleiben.

c) 2382 Kubikmeter sind also blos $\frac{7}{8}$ des Ganzen, wie groß ist das Ganze?

$$\frac{8 \,.\, 2382}{7} = \frac{19056}{7} = 2722 \text{ Kubikmeter.}$$

d) Den Kubikinhalt der gewöhnlichen Gebäude findet man durch die Multiplikation der drei Faktoren: Länge, Breite und Höhe, und zwar was die Höhe anbelangt, nimmt man die halbe Höhe des Dachstuhles und die ganze der Umfassungsmauer. Die Summe beider ist der dritte Faktor.*)

e) Zwei dieser Faktoren müssen jedenfalls bekannt oder zum Voraus bestimmt sein, dann kann man den dritten unbekannten finden. Es seien in unserem Beispiele gegeben: die Breite = 12 Meter, die beiden Höhen, nämlich die der Umfassungsmauer = 4 Meter, die des Daches = 7,6 Meter; es frägt sich nun um die Länge.

---

*) Die Gebäude sind gewöhnlich aus einem Parallelepipedum und einem dreiseitigen Prisma zusammengesetzt. Der Kubikinhalt des ersten ist $= l \,.\, b \,.\, h$, der des zweiten $= \frac{l \,.\, b \,.\, h'}{2}$; die Summe beider $= l \,.\, b \,.\, h + \frac{l \,.\, b \,.\, h'}{2} = \,.\, b\left(h + \frac{h'}{2}\right)$, wobei l die Länge, b die Breite, h die Höhe der Umfassungsmauer, h' die Höhe des Dachstuhls bedeutet.

f) Alle drei Faktoren bilden das obige Produkt 2722 Kubikmeter. Scheiden wir aus diesem Produkt durch Division die Breite und Höhe aus, so bleibt als dritter Faktor die Länge. Die reduzirte Höhe ist $= 4 + \frac{7,6}{2} = 7,8$. Also die Länge $= \frac{2722}{12 \times 7,8} = 29$ Meter.

Das Gebäude wird hiernach 29 Meter lang, 12 Meter breit, die Umfassungsmauer 4 Meter hoch, und vom oberen Ende der Umfassungsmauer bis zur Giebelspitze 7,6 Meter.

4) Welche Länge würde die soeben beschriebene Scheune bekommen, wenn noch Folgendes unter Dach gebracht werden müßte:
   a) ein Stall für 6 Pferde;
   b) ein Rindviehstall für 2 Ochsen, 12 Kühe, 6 Jungrinder;
   c) ein Schweinstall für 2 Schweinmütter und 7 andere Schweine;
   d) eine Dreschtenne, 12 Meter lang, 3,5 Meter breit und 4 Meter hoch?

Auflösung.

a)	Der nach Beispiel 3. erforderliche Kubikraum ist = ...	2382	Kubikmeter
b)	der Flächenraum für 6 Pferde beträgt 66 □Meter*), folglich der Kubikraum, wenn wir für den Pferdestall 3 Meter Höhe annehmen = ...	198	"
c)	der Kubikinhalt für den Rindviehstall . .	273	"
d)	für den Schweinstall = ...	50	"
e)	für die Tenne $12 \times 3,5 \times 4 =$ . .	168	"
f)	Lassen wir wieder $\frac{1}{8}$ frei, so erhalten wir einen Kubikraum von	3510	"

g) Höhe und Breite, wie oben, also die Länge $= \frac{3510}{12 \times 7,8} = 36$ Meter.

Diese Scheune müßte demnach 36 Meter lang sein.

5) Ein Getreideviertel hat folgende Dimensionen: die Länge = 14 Meter, die Breite = 11 Meter, die Höhe bis zur Umfassungsmauer = 4 Meter, die des Dachstuhles = 10 Meter; wie viele Schober gehen in diesen Raum?

Antw. $\frac{14 \times 11 \times 9}{6} = 231$, oder $\frac{14 \times 11 \times 9}{7,5} = 184,8$, d. i. 185 Schober, je nachdem der Schober 6 oder $7\frac{1}{2}$ Kubikmeter hat.

---

*) Siehe auch Seite 134. Beispiel 2.

6) Jemand will 335 Hektoliter Kartoffeln aufbewahren; welcher Raum wird erfordert?

Antw. $335 \times 0,1 = 33,5$ Kubikmeter.

7) Ein Bauer möchte für seine 6 Pferde einen Haferkasten, der genau den für einen Monat nothwendigen Hafer faßt, machen lassen. Er rechnet für das Pferd monatlich $2^1/_4$ Hektoliter Hafer. Der länglich viereckige Kasten soll 90 Centimeter breit und 90 Centimeter tief werden. Welche Länge muß man diesem Haferkasten geben?

Antw. 6 Pferde bedürfen $13^1/_2$ Hektoliter Hafer im Monat. Da 1 Hektoliter = 0,1 Kubikmeter, so werden $13^1/_2$ oder 13,5 Hektoliter 1,35 Kubikmeter Raum einnehmen; folglich wird die Länge des Kastens sein müssen: $\frac{1,35}{0,9 \times 0,9}$ = 1,66.. Meter = 1 Meter 67 Centimeter.

§. 52.

Eintrocknen des Heues und Getreides.

Durch die Gährung verliert das Heu am Gewicht 5 bis 8 Prozent, am Rauminhalt 15 bis 25 Prozent. — Das Getreide schwindet in den ersten 2 Monaten der Aufschüttung $1^1/_2$ Procent, in der späteren Zeit monatlich $^1/_8$ Procent. Nach einem Jahre ist der Schwand = 3 Procent.

Beispiele.

1) Welches Gewicht werden 400 Ctr. Heu nach der Gährung haben, und welchen Raum werden sie einnehmen?

Antw. 368 bis 380 Ctr. Gewicht und 294—304 Kubikmeter. (1 Ctr. ungegohrenes Heu = 0,8 Kubikmeter.)

2) Jemand hätte Anfangs Dezember vorigen Jahres 100 Hektoliter Roggen per Hektoliter um 10 ℳ verkaufen können; er verkaufte sie aber Anfangs August heurigen Jahres, das Hektoliter zu 12 ℳ 50 ₰. Wie viel gewann er durch den späteren Verkauf, wenn man den Zins zu 5 Procent und den Getreideschwand in Rechnung bringt?

Antw. Der Schwand beträgt ca. $2^1/_4$ Procent, mithin wird sich als Gewinn 188 ℳ 55 ₰ ergeben.

Neuntes Kapitel.

Viehzucht.

§. 53.

Raumverhältnisse des Stalles für die verschiedenen Hausthiere.

Ein bequemer Stall fordert mit Einrechnung der nothwendigen Gänge folgende Raumverhältnisse:

für ein Pferd	11	Quadratmeter,
„ einen Arbeitsochsen	7,25	„
„ eine Kuh	6,80	„
„ ein junges Rind	3,40	„
„ ein Mutterschaf	1,—	„
„ einen Hammel	0,75	„
„ ein Jährlingsschaf	0,60	„
„ eine Schweinmutter	3,40	„
„ andere Schweine	2,55	„

Man rechnet hiebei a) für den Pferdstall: Futtergang 0,90 Meter, Pferdstand mit Baren 3,20 Meter, hinter den Pferden 1,75 Meter, zusammen 5,85 Meter Länge, Breite 1,90 Meter; b) für den Kuhstall: Futtergang 1,15 Meter, Kuhstand mit Baren 3,20 Meter, hinter den Kühen 0,90 Meter, zusammen 5,25 Meter Länge, Breite 1,30 Meter.

Beispiele.

1) Ein Stall hat 17 Meter Länge, 4,80 Meter Breite und einen die Mitte durchschneidenden 1,15 Meter breiten Gang. Wie viele Kühe können in diesem Stalle bequem untergebracht werden?

Antw. $17 \times 4{,}80 = 81{,}60$ □Meter. Hievon muß der Quergang $= 4{,}80 \times 1{,}15 = 5{,}52$ □Meter abgerechnet werden; somit: $\frac{76{,}08}{6{,}80} = 11$ Kühe.

2) Welchen Flächenraum nimmt ein Stall für 6 Pferde ein?

Antw. $11 \times 6 = 66$ □Meter.

3) Welchen Kubikraum erheischt ein Stall, in welchem 2 Arbeitsochsen, 12 Kühe und 6 Jungrinder bequem untergebracht werden sollen?

Auflösung.

a) □Meter für 2 Ochsen à 7,25 . . . 14,50 □Meter
„ „ 12 Kühe à 6,80 . . . 81,60 „
„ „ 6 Jungrinder à 3,40 . 20,40 „

Summe 116,50 □Meter.

b) die Höhe des Stalles soll 2,35 Meter sein, daher der Kubikinhalt 116,50 × 2,35 = 274 Kubikmeter.

4) Welchen Flächen- und Kubikinhalt fordert ein Stall für zwei Schweinmütter und 7 andere Schweine, Frischlinge genannt?

Auflösung.

a) Quadratinhalt für 2 Schweinmütter à 3,40 □Meter = ... 6,80 □Meter
Quadratinhalt für 7 Frischlinge à 2,55 □Mtter = ... 17,85 „

Summe 24,65 □Meter.

b) Geben wir dem Schweinstall eine Höhe von 2 Meter, so wird sein Kubikraum = 24,65 × 2 = 49,30 Kubikmeter.

§. 54.

Ernährung des Rindviehes.

Man unterscheidet Erhaltungs- und Nutzfutter. Zur Erhaltung seines Lebens braucht das erwachsene Rind täglich den 60sten Theil seines lebenden Gewichtes gutes Wiesenheu. (Erhaltungsfutter.) Wiegt eine Kuh z. B. 360 Kilogramm, so wird ihr Erhaltungsfutter $\frac{360}{60}$ = 6 Kilogramm sein. Soll sie auch einen entsprechenden Nutzen gewähren, so muß man ihr ein weiteres Sechzigstel ihres Gewichtes Heu geben. (Nutz- oder Produktionsfutter.)

Das Rindvieh fordert also zu seiner vollständigen Ernährung täglich den dreißigsten Theil seines lebenden Gewichtes Heu, oder für den Centner, d. i. für 50 Kilogramm lebendes Gewicht 1,68 Kilogramm oder abgerundet 1,70 Kilogramm. Ueber 2 Kilogramm Heu auf 1 Centner oder 50 Kilogramm lebendes Gewicht kann das Rind nicht mehr

leicht verdauen. Ein erwachsenes Rind hat in der Regel 340—450 Kilogramm lebendes Gewicht und braucht demnach täglich $11^1/_2$—15 Kilogramm Heu. Sollen auch noch andere Stoffe gefüttert werden, so muß man sie auf Wiesenheu berechnen (reduziren). Siehe §. 44. Das erwachsene Rind verzehrt also in 1 Monate 1 mal und in 1 Jahre 12 mal so viel Heu oder Heuwerth als es schwer ist. Das Jungvieh dagegen braucht je nach seinem Alter auf den Ctr. oder 50 Kilogramm lebendes Gewicht täglich von 1,70 bis zu 5 Kilogramm und darüber Heuwerth. Auf 100 Kilogramm Heuwerth treffen 0,40 bis 0,50 Kilogramm Salz, d. h. per Stück täglich 30 bis 50 Gramm.

§. 55.

Wenn wir den Futterbedarf der Kuh = 1 setzen und alles Futter auf Heu reduziren, so ist der Futterbedarf

der Schweinmutter . . . $^2/_5$,
des einjährigen Kalbes . . $^3/_5$,
der trächtigen Kalbin . . $^4/_5$,
des Ochsen . . . . $^6/_5$,
des Pferdes . . . . $^7/_5$,
des Fohlen . . . . $^3/_5$

von dem Futterbedarf der Kuh. Auch bei den übrigen Hausthieren gilt mit kleiner Modifikation das oben erörterte Ernährungsgesetz. Der Unterschied der Nahrungsmenge rührt größtentheils von dem verschiedenen lebenden Gewicht her.

§. 56.

Beispiele.

1) Wie viele erwachsene Rinder kann man ein Jahr lang mit 672 Ctr. Heu ernähren?

Antw. $\frac{672}{84} = 8$, indem ein Rind, das täglich $11^1/_2$ Kilogramm Heu braucht, in einem Jahre 84 Ctr. verzehrt.

2) Wie viel Centner Heu und Heuwerth sind erforderlich, um 10 Kühe, 4 Pferde, 2 Ochsen und 3 Schweinmütter ein Jahr lang zu füttern?

Auflösung.

a) 10 Kühe sind $= \frac{5}{5} \times 10 \;.\;.\; \frac{50}{5}$

4 Pferde „ $= \frac{7}{5} \times 4 \;.\;.\; \frac{28}{5}$

2 Ochsen „ $= \frac{6}{5} \times 2 \;.\;.\; \frac{12}{5}$

3 Schweine „ $= \frac{2}{5} \times 3 \;.\;.\; \frac{6}{5}$

Summa $\frac{96}{5} = 19\frac{1}{5}$.

b) Wir haben also täglich $19^1/_5$ Kuhrationen. 1 Kuhration macht nach dem vorhergehenden Beispiele in einem Jahre 84 Ctr. Heu, und $19^1/_5$ machen 1613 Ctr., was auch die Antwort auf die gestellte Frage ist.

3) Ein Oekonom will 12 Stück Rindvieh von Anfangs Oktober bis Mitte Mai mit Heu, Stroh und Wasserrüben der Art füttern, daß sie die Hälfte ihrer Nahrung in Heu, ein Viertel in Sommergetreidstroh und wieder ein Viertel in Wasserrüben erhalten. Es frägt sich nun, wie viel Kilogramm Heu, Stroh und Wasserrüben bekommt jedes Stück täglich, und wie viel Centner von jedem dieser 3 Futterstoffe brauchen alle 32 Stück in der angenommenen Fütterungs-Periode?

Auflösung.

a) Man suche das lebende Gewicht des Viehes durch Schätzen oder Wägen zu ermitteln. Wir wollen annehmen, das Stück habe durchschnittlich 360 Kilogramm. In diesem Falle braucht es täglich $\frac{360}{30} = 12$ Kilogramm Heuwerth.

b) 6 Kilogramm Heuwerth bekommt das Stück Vieh in Heu, also: 6 Kilogramm Heu;

3 Kilogramm Heuwerth bekommt das Stück Vieh in Haferstroh, also: $3 \times 2 = 6$ Kilogramm Haberstroh;

3 Kilogramm Heuwerth bekommt das Stück Vieh in Wasserrüben, also: $3 \times 4{,}4 = 13{,}20$ Kilogramm Wasserrüben.

c) Für die ganze Periode, zu 220 Tage genommen, sind nothwendig:

6 × 12 × 220 = 15840 Kilogramm = 317 Ctr. Heu,

6 × 12 × 220 = 15840 Kilogramm = 317 Ctr. Haferstroh,

13,20 × 12 × 220 = 34848 Kilogramm = 697 Ctr. Wasserrüben.

4) Wie kann man den Plan der Sommerfütterung einrichten, um 12 Stück Vieh von Mitte Mai bis Ende September, d. h. 145 Tage lang, im Stalle mit grünem Klee und Wicken zu füttern?

Auflösung.

a) Da man vom grünen Klee und Wicken ein fünfmal größeres Gewicht bedarf, um dem Vieh die nämliche Nahrung zu verschaffen, wie vom guten Wiesenheu, so braucht ein Stück 12 × 5 = 60 Kilogramm, und 12 Stück 720 Kilogramm in einem Tage; für die ganze Periode 145 × 720 = 104400 Kilogramm = 2088 Ctr.

b) Von Mitte Mai bis Ende Juni = 6 Wochen wird man Klee füttern. Man wird brauchen 42 × 720 = 30240 Kilogramm = 605 Ctr. Auf einem Tagwerk erntet man beim ersten Kleeschnitt leicht $22^1/_2$ Ctr. Kleeheu, also grünen Klee 22,5 × 5 = 112,5 d. i. kurz 112 Ctr. und man wird von 5,4 Tagw. obige 605 Ctr. grünen Klee erhalten. Den ganzen Juli wird man Wicken haben. Man wird brauchen 720 × 30 = 21600 Kilogramm = 432 Ctr., abgerundet 430 Ctr. Vom Tagwerk darf man sicher 112 Ctr. grüne Wicken erwarten. Baut man 3 Tagw. 84 Dezimalen oder rund 4 Tagwerk mit Wicken an, so wird man für den Bedarf von 430 Ctr. gedeckt sein. Mit dem August fängt der zweite Kleeschnitt an und wird, wie das erste Mal, 6 Wochen, d. h. bis Mitte September reichen. Für die letzten 14 Tage wird theils der dritte Kleeschnitt, theils der Blätter-Abfall der Rüben das grüne Futter liefern.

So läßt sich erwarten, daß man mit 5,4 Tagwerk oder 1,85 Hektaren Klee und 4 Tagwerk oder 1,36 Hektaren Wicken im obigen Falle die Grünfütterung bis zum Oktober fortsetzen kann.

5) Ein Bauerngut hat folgende Verhältnisse: 6 Hektaren Wiesen à 60 Ctr. Heu und 50 Ctr. Grummet, 2,50 Hektaren Roggen à 80 Ctr. Stroh, 1,50 Hektaren Gerste à 40 Ctr. Stroh, 1,50 Hektaren Hafer à 52 Ctr. Stroh, 1 Hektar Futter-Kartoffeln à 130 Hektoliter, 1 Hektar Klee à 130 Ctr. Kleeheu. Wie viele erwachsene Kühe können mit der angegebenen Futter- und Streumasse ein Jahr lang erhalten werden?

Auflösung.

Die Futterstoffe müssen auf Heu reduzirt und dann 4 Theile Heu auf 1 Theil Streu gerechnet werden. Zuletzt theilt man die Centner Heu mit 84; der Quotient ist die Antwort.

1) a. Heu und Grummet 6×110 . . . 660 Ctr. Heu
b. Kartoffeln 130 Hektoliter $= 130 \times 80$
$= 10400$ Kilogramm $= 208$ Centner,
welche = ... 104 „ „
c. Klee 130 Ctr., deren Heuwerth $\frac{130 \times 10}{9} = 144$ „ „

Summe 908 Ctr. Heu.

Diese Futtermasse erfordert 227 Ctr. Streu.

2) Dazu verwenden wir das Roggenstroh $2{,}50 \times 80 = 200$ Ctr.
Das Gerstenstroh beläuft sich auf $1{,}50 \times 40 = 60$ Ctr., wovon als Streu dienen . . . . 27 „

Summa 227 Ctr.

3) Es bleiben noch 33 Ctr. Gersten- und $1{,}50 \times 52 = 78$ Ctr. Haferstroh. Letzteres wollen wir nur als Futter verwenden. Sein Heuwerth ist = 39 Ctr. Die dazu gehörige Streu = 10 Ctr. soll vom Gerstenstroh genommen werden.

4) Die restigen 23 Centner Gerstenstroh verwendet man theils als Futter, theils als Streu. Man macht hiebei den Ansatz: Wie viele Theile Gerstenstrohfutter kommen auf 1 Theil Streu, wenn auf 1 Theil Streu 4 Theile Heu, und auf 1 Theil Heu $2^1/_2$ Theile Gerstenstrohfutter kommen? — Wir finden, daß auf 1 Theil Streu 10 Theile Gerstenstrohfutter gehen. Wir haben demnach 11 gleiche Theile zu machen, von denen wir 1 Theil als Streu absondern und 10 Theile als Futter benützen. $\frac{23}{11} = 2\frac{1}{11}$ Ctr. ist die Größe eines Theiles; einen solchen Theil $= 2\frac{1}{11}$ Ctr. braucht man als Streu, 10 solche Theile $\left(2\frac{1}{11} \times 10 = 20\frac{10}{11} \text{ Ctr.}\right)$ werden als Futterstroh benützt. Der Heuwerth dieser $20\frac{10}{11}$ Ctr. ist $20\frac{10}{11} : 2\frac{1}{2} = 8\frac{4}{11}$ Ctr. also rund 8 Ctr.

5) Zusammenstellung:

Heu und Heuwerth.		Streu.	
Nr. 1)	908 Ctr.	Nr. 2)	227 Ctr.
„ 3)	39 „	„ 3)	10 „
„ 4)	8 „	„ 4)	2 „
Summe	955 Ctr.	Summe	239 Ctr.

6) 955 : 84 = 11. Es können 11 Kühe gehalten werden, welche 955 Ctr. Heuwerth und 239 Ctr. Streustroh brauchen, und 2388 Ctr. Dünger erzeugen. Mit diesem Düngerquantum kann man $13^1/_4$ Tagwerk à 180 Ctr. (= 8 Fuder) düngen. Mit diesem Dünger würden 4,50 Hektaren gedüngt werden können, auf 1 Hektar 530 Ctr. Dünger gerechnet.

6) Wie viele Kühe kann man auf dem eben beschriebenen Bauerngute das Jahr hindurch nähren, wenn man 2 Pferde und 1 Ochsen als Zugvieh halten muß.

Antw. $\frac{7}{5} \times 2 + \frac{6}{5} = \frac{20}{5} = 4$. Man kann 4 Kühe weniger halten, also 7.

§. 57.

Nutzungen der Rindviehzucht.

Der Nutzen der Rindviehzucht besteht in **Kälbern, Milch, Gespannarbeit, Dünger und Fleisch.**

§. 58.

Aufzucht.

In dieser Beziehung sind folgende Erfahrungssätze interessant:

a) Das neugeworfene Kalb wiegt in der Regel $\frac{9}{100}$ vom Gewichte seiner Mutter; umgekehrt, multiplizirt man mit $\frac{100}{9}$ das Geburtsgewicht eines Kalbes, so erhält man das Gewicht seiner Mutter und das Gewicht, welches das Kalb selbst mit vollendetem Wachsthume erreichen kann. Die Zeit des vollendeten Wachsthums fängt an, wenn das Thier die Hälfte des Gesammtfutters auf Erzeugung von Nachzucht, Milch oder Arbeitskraft verwendet.

b) Man theilt bekanntlich das verzehrte Futter in Erhaltungsfutter und in Nutz- oder Produktions-Futter. Bei dem erwachsenen Rinde ist $\frac{1}{60}$ von seinem lebenden Gewichte Erhaltungsfutter und $\frac{1}{60}$ Produktionsfutter. Bei den Kälbern verhält es sich

anders. So lange das Thier im Wachsen begriffen ist, nimmt es verhältnißmäßig mehr Heuwerth zu sich, als das schon erwachsene Rind, wie wir bereits oben hörten, und das verzehrte Gesammt-Futter wird zum größeren Theil zur Ausbildung seines Leibes verwendet. Es nehmen nämlich 100 Kilogramm lebendes Gewicht stets nur 1,68 resp. 1,70 Kilogramm Heuwerth als Erhaltungsfutter in Anspruch, während alles übrige verzehrte Futter Produktionsfutter ist, d. h. zum Wachsthum des eigenen Körpers dient. So wie aber das Gewicht des Thieres sich vergrößert, nimmt das Produktionsfutter ab, so daß mit vollendetem Wachsthum Produktionsfutter und Erhaltungsfutter dem Gewichte nach einander gleich sind, je die Hälfte vom Gesammtfutter.

c) Dividirt man das lebende Gewicht eines Rindes zur Zeit des vollendeten Wachsthumes mit 43 oder 44, so erhält man eine Zahl, welche annähernd angibt, wie viel Kilogramm oder Pfund Heuwerth das Thier von seiner Geburt bis zum vollendeten Wachsthum täglich im Durchschnitt verzehrt hat.

d) Nach einem Jahre kann ein Kalb 10 mal, und darüber, so schwer sein, als es unmittelbar nach seiner Geburt ist.

e) Eine neumelke Kuh kann täglich im Durchschnitte so viele Kilogramm Milch geben, als $\frac{1}{30}$ ihres Gewichtes (in Kilogrammen ausgedrückt) ausmacht, und da ein Kalb täglich die von seiner Mutter gelieferte Milch verzehren kann, so bekommt es in einem Monat so viel Kilogramm Milch, als seine Mutter Kilogramm wiegt.

f) 10 Kilogramm oder 20 Pfund Milch geben 1,50 Kilogramm = 3 Pfund Fleisch, oder da ein Liter Milch 1 Kilogramm = 2 Pfund wiegt, so kann man auch sagen: 10 Liter Milch geben 1,50 Kilogramm oder 3 Pfund Fleisch.

Beispiele.

1) Wenn eine Kuh 370 Kilogramm wiegt, wie schwer wird ihr Kalb unmittelbar nach der Geburt sein?

Antw. $370 \times \frac{9}{100} = \frac{3330}{100} = 33{,}30$ Kilogramm.

2) Ein Kalb hat bei seiner Geburt 33,30 Kilogramm; wie viel Kilogramm wiegt es, wenn es ausgewachsen ist? (Gute Wart und Nahrung selbstverständlich vorausgesetzt.)

Antw. $33{,}30 \times \frac{100}{9} = \frac{3330}{9} = 370$ Kilogramm.

3) An einer Kuh von 370 Kilogramm hat sich ein Kalb 4 Wochen lang gesättiget, ohne etwas übrig zu lassen. Wie viel Kilogramm Milch hat dieses Kalb in einem Monat und wie viel in einem Tage erhalten?

Antw. In einem Monat 370 Kilogramm, in einem Tage durchschnittlich $\frac{370}{30} = 12{,}33$ Kilogramm.

4) Um wie viel Kilogramm Fleisch hat das in Beispiel 3. bezeichnete Kalb in einem Monat zugenommen?

Antw. Um 55,50 Kilogramm, da 10 Kilogramm vom Kalb verzehrte Milch 1,50 Kilogramm Fleisch erzeugen.

5) Wie viele Kilogramm wiegt dieses Kalb nach 4 Wochen?

Antw. $33{,}30 + 55{,}50 = 88{,}80$ Kilogramm.

6) Wie verwerthet sich das Liter Milch, wenn das lebende Pfund Kalbfleisch 40 ₰ gilt?

Antw. Zu 12 ₰.

7) Wie theuer muß ich das lebende Pfund Kalbfleisch verkaufen, wenn das Liter Milch sich auf 15 ₰ rentiren soll?

Antw. Um 50 ₰.

8) Wie viel Liter Milch hat ein Kalb zu sich genommen, wenn es seit seiner Geburt um 50 Pfund schwerer geworden ist?

Antw. $166^2/_3$ resp. 167 Liter.

9) Es herrscht so ziemlich der allgemeine Gebrauch, daß der Metzger das lebende Pfund Kalbfleisch unter dem festzustellenden Fleischpreise bezahlt. Nehmen wir an, er kaufe es 10 ₰ unter dem Preise, so wird er, wenn z. B. das Kalb, lebend gewogen, 100 Pfund hat, und der Fleischpreis 60 ₰ wird, das lebende Pfund um 50 ₰ bezahlen. — Dem gegenüber werden die Kälber auch wieder nach dem Schlächtergewicht verkauft, das $^2/_3$ des lebenden Gewichtes gleich gesetzt wird, und wornach diese $^2/_3$ nach dem jeweiligen Fleischpreise bezahlt werden. Wenn z. B. das Kalb 120 Pfund wiegt und der Fleischpreis 60 ₰ werden soll, so werden 80 Pfd. à 60 ₰ bezahlt.

Auflösung.

Erste Verkaufsart. Das lebende Gewicht sei 100 Pfd. der Fleischpreis 60 ₰. Würde der Metzger die 100 Pfd. lebendes Gewicht nach dem vollen Preise bezahlen, so würde gewiß der größte Erlös (ein Maximum) erzielt; allein der Metzger könnte begreiflicher Weise bei solchen Einkäufen nicht bestehen, theils weil beim Schlachten Einiges als unnütz wegfällt, theils weil er doch einen Gewinn haben muß. Daher zahlt er das lebende Gewicht des Kalbes per Pfund 10 ₰ unter dem Fleischpreise. — Der Metzger zahlt das ganze lebende Gewicht des Kalbes nach dem festzustellenden Fleischpreise und er erhält für den Schlachtabfall und als Gewinn so viel mal 10 ₰ zurück, als das lebend gewogene Kalb Pfund hat. Der Erlös des Verkäufers hängt demnach von dem lebenden Gewichte und dem Fleischpreise ab. Wenn das Kalb z. B. 100 Pfd. wiegt, so hat der Metzger seine 1000 ₰ = 10 *M.*, womit er seine Auslagen und den ganzen Schlachtabfall decken muß.

Zweite Verkaufsart. Der Verkäufer läßt sich $^2/_3$ des lebenden Gewichtes nach dem vollen Fleischpreise bezahlen und stellt $^1/_3$ des lebenden Gewichtes dem Metzger zur Ausbeutung anheim. Dieses Uebereinkommen ist in der Regel für den Metzger günstiger und für den Verkäufer ungünstiger, als der vorige.

10) Eine Kuh von $2^3/_4$ Jahren wiegt 350 Kilogramm; wie viele Kilogramm Heuwerth hat sie von ihrer ersten Woche bis jetzt verzehrt?

Auflösung.

Man suche den täglichen Durchschnittsbedarf, indem man mit 43 in das lebende Gewicht theilt. $\frac{350}{43} = 8{,}14$. Diese Zahl sagt, daß dieses Stück Vieh von der Geburt bis jetzt täglich im Durchschnitt 8,14 Kilogramm Heuwerth erhalten habe. Da $2^3/_4$ Jahre 1000 Tage ausmachen, so vermehrt man 8,14 mit 1000; das Resultat ist 8140 Kilogramm = 163 Ctr.

11) Wie verwerthet sich der Centner Heu, wenn man aus dieser jungen Kuh 150 Mark löſ't?

Antw. Auf 92 ₰.

§. 59.

Milchertrag.

Nach den zuverlässigsten Aufzeichnungen lassen sich von 1 Centner Heu oder Heuwerth 15 bis 20 Liter

oder, da ein Liter 1 Kilogramm oder 2 Pfund wiegt, 15—20 Kilogramm bezw. 30—40 Pfund Milch gewinnen. Eine Kuh, welche täglich 25 Pfd. Heuwerth verzehrt, würde also im Durchschnitt täglich 4—5 Liter Milch geben. Ein größerer Milchertrag gehört immerhin zu den Ausnahmsfällen.

Der Milchertrag hängt auch mit dem lebenden Gewichte der Kühe zusammen. Eine Kuh gibt nämlich in einem Jahre 4 bis 5 mal so viele Pfund bezw. Kilogramm Milch, als sie selbst Pfund bezw. Kilogramm schwer ist.

Beispiele.

1) Wenn man auf 100 Pfund Nutzfutter 100 Pfund Milch rechnet, wie viele Liter Milch wird dann eine Kuh täglich im Durchschnitt geben, wenn sie täglich 25 Pfd. Heuwerth bekommt?

Antw. 6,5 Liter, indem von den verzehrten 25 Pfd. nur $12^1/_2$ Pfd. als Nutzfutter gerechnet werden können. Uebrigens wäre das ein sehr großes Erträgniß.

2) Mit welchem Dezimalbruch muß man das Heugewicht multipliziren, um aus letzterem das durchschnittliche Milchgewicht zu finden?

Antw. Mit 0,35, da 0,35 die Durchschnittszahl von 0,3 und 0,4 ist, $\left(\frac{0,3 + 0,4}{2} = \frac{0,7}{2} = 0,35\right)$.

Es ist $100 \times 0,3 = 30$ und $100 \times 0,4 = 40$; der Durchschnittsertrag 35 ergibt sich aus $100 \times 0,35$.

3) Mit welchem Dezimalbruch muß man das Heugewicht multipliziren, um daraus den Milchertrag in Litern zu erhalten?

Antw. Mit 0,175, denn $100 \times 0,175 = 17,5$, der Durchschnittsertrag zwischen 15 und 20 Liter.

4) Wie hoch rentirt sich ein Centner Heu, wenn das Liter Milch 15 ₰ kostet?

Antw. Auf 2 ℳ 63 ₰; vorausgesetzt, daß der Dünger die Auslagen auf Pflege, Reparaturen, Zinsen und Risico deckt.

5) Wie viel Pfund bezw. Kilogramm Milch bekommt man von einer Kuh, die 800 Pfund oder 400 Kilogramm wiegt, in einem Jahre?

Antw. $800 \times 4 = 3200$ Pfund (= 1600 Kilogramm), oder bei ganz guter Wart und Nahrung $800 \times 5 = 4000$ Pfd. (= 2000 Kilogramm).

§. 60.

Milchverwerthung.

Die Milch wird entweder als Milch verkauft oder zur Butter- und Käsebereitung verwendet.

Man nimmt an, daß geben:

9 Liter Milch 1 Liter Rahm;
2 Liter Rahm oder 18 Liter Milch 1 Pfund Butter;
100 Pfund Butter 80 Pfund Schmalz;
ferner 7 Liter abgerahmte Milch 1 Pfd. mageren Käse;
5—6 Liter unabgerahmte Milch 1 Pfd fetten Käse;
100 Liter Milch 10 Pfd. Zieger;
100 Liter Milch $86^1/_2$ Liter abgerahmte Milch.

Alles in Gewicht ausgedrückt, geben 100 Pfund Milch:

a) 11 Pfund Rahm, welche 2,75 Pfund Butter oder 2,2 Pfund Schmalz und 7,7 Pfund Buttermilch liefern;

b) 86,5 Pfund abgerahmte Milch, aus welcher 6,25 Pfund magerer Käse und 4,3 Pfund Zieger gewonnen werden;

c) $8^1/_2$ bis 10 Pfund fetten Käse, bei dessen Erzeugung die Milch nicht abgerahmt wird, sondern Käsestoff und Fett miteinander verbunden werden.

Anmerkung. Der Chemiker Schübler fand in 100 Theilen Milch: 73,9 Theile Wasser, 2,4 Butter, 11 Käse, 5 Zieger, 7 Milchzucker und 0,7 Salz. — Uebrigens wechselt die Menge dieser Stoffe nach dem verzehrten Futter. So fand man, daß 29 Liter Milch zu 1 Pfund Butter erforderlich waren, wenn die Kuh 75 Pfund Runkelrüben, und nur 14,5 Liter, wenn sie 22,5 Pfund Heu und $2\frac{1}{2}$ Pfund Bruch (Schrot) verzehrt hatte.

Beispiele.

1) Wie viel Pfund Heu braucht man zu einem Pfund Schmalz, wenn aus einem Centner Heu 16, 22, 25 Liter Milch gewonnen werden?

Antw. 140,6 Pfd., 102,3 Pfd., 90 Pfd. Man kann also sagen: Möglicherweise gibt ein Centner Heu ein Pfund Schmalz, was übrigens ein sehr günstiges Resultat wäre.

2) Wie viel Pfund Heu braucht man zu einem Pfund mageren, und wie viele zu einem Pfund fetten Käse? Die Bedingungen, wie oben.

Antw. Zum mageren: 50,6 Pfd., 36,8 Pfd., 32,3 Pfd.; zum fetten: 37,5 Pfd., 27,3 Pfd., 24 Pfd.

Anmerkung. Die Bereitung des mageren Käses fordert mehr Heu, als des fetten, weil beim ersteren auch eine Quantität Butter gewonnen wird.

3) Ist die Bereitung des fetten oder des mageren Käses profitabler?

Antw. Nehmen wir an, daß 100 Pfund Heu 18 Liter Milch, und 6 Liter Milch 1 Pfd. fetten Käse geben. — In diesem Falle gibt der Centner Heu 3 Pfd. fetten Käse. — Bei der Bereitung des mageren Käses gewinnen wir aus 100 Pfd. Heu zuerst 0,8 Pfd. Schmalz und dann 2,2 Pfd. mageren Käse. Für den fetten Käse, der per Pfd. 80 ₰ koste, erlösen wir 2 ℳ 40 ₰; für den mageren, wovon das Pfd. 50 ₰ gelte, $2{,}2 \times 50 = 1$ ℳ 10 ₰, dann für 0,8 Pfd. Schmalz, das Pfd. zu 80 ₰ = 64 ₰, in Summa 1 ℳ 74 ₰. Da der Nebennutzen in beiden Fällen gleich ist, so kommt man mit der Bereitung fetter Käse weiter; vorausgesetzt, daß die hier ausgesetzten Preise gelten.

4) Wie viel Kilogramm fette Käse kann eine Meierei von 60 Kühen, von denen jede im Durchschnitt täglich 4 Liter Milch gibt, in einem Jahre liefern?

Antw. 14600 Pfd. = 7300 Kilogramm oder 146 Ctr.

§. 61.

Gespannarbeit.

Hiezu werden hauptsächlich die Ochsen benützt, obwohl der Kleingütler mit großem Vortheil für seine Wirthschaft auch die Kühe einspannt. — Es soll hier nur die einzige Frage erörtert werden, wie hoch der Arbeitstag eines Ochsen zu stehen komme. Zur Beantwortung dieser Frage muß man die Größe und Verzinsung des Ankaufspreises, den Futter- und Streubedarf, dann den Erlös beim Verkauf, die Menge des erzeugten Düngers und die Zahl der Arbeitstage kennen. Auch die Kosten der Verpflegung sind zu berücksichtigen.

Beispiel.

Ein Paar Ochsen, welche zusammen 20 Centner schwer sind, wird um 380 ℳ gekauft, 10 Monate gefüttert, während dieser Zeit 180 Tage zur Arbeit benützt und zuletzt mit einem Gewinn von 30 ℳ per Stück wieder verkauft; wie hoch kommt bei diesen Voraussetzungen der Arbeitstag eines Ochsen?

Auflösung.

Der Ankaufspreis muß wegen des Risico zu 8 Procent verzinst werden, was 30 ℳ 40 ₰ macht. Heubedarf: 200 Ctr. à 1 ℳ 80 ₰ = 360 ℳ. Streu: 50 Ctr. à 1 ℳ 20 ₰ = 60 ℳ. Verpflegung: täglich 10 ₰ = 30 ℳ. Die Ochsen haben also eine Schuld von 480 ℳ 40 ₰ zu tilgen. Dies geschieht durch einen Mehrerlös von 60 ℳ, durch 500 Centner Dünger à 20 ₰ = 100 ℳ und durch 180 × 2 = 360 Arbeitstage. Zieht man den Mehrerlös und den Dünger von 480 ℳ 40 ₰ ab, so bleiben 320 ℳ 40 ₰ als Kostenbetrag für 360 Arbeitstage, wornach der Arbeitstag eines Ochsen auf $\frac{320,40}{360}$ = 89 ₰ oder rund 90 ₰ zu stehen kommt.

§. 62.

Mastung.

Um das Rindvieh zu mästen, sucht man ihm mehr als 3 Pfd. Heuwerth auf 100 Pfund lebendes Gewicht beizubringen, nämlich 4 bis $4^1/_2$ Pfund, indem man dem Thiere nicht blos Heu, sondern namentlich im letzten Drittel der Mastungszeit auch Körner und andere nahrhafte Stoffe gibt. Anfangs der Mastung, welche 3 bis 4, manchmal sogar 5 bis 6 Monate dauert, ist die tägliche Gewichtszunahme über 1 Pfund, gegen das Ende der Mastzeit bei guter, ja besserer Fütterung, kaum $^1/_2$ Pfd. — Man rechnet, daß der Centner Heuwerth $2^1/_2$ bis 7 Pfund Fleisch erzeuge.

Beispiele.

1) Eine Kuh, die am Anfang der Mast 570 Pfd. schwer war, wurde 127 Tage gemästet und wog am Ende der Mastung 745 Pfund. Sie erhielt im ersten Drittel der Mastzeit auf den Ctr. lebendes Gewicht $3^1/_2$ Pfd. Heuwerth, im zweiten 4, im dritten $4^1/_2$, also durchschnittlich 4 Pfd. oder $\frac{1}{25}$ des lebenden Gewichtes.
   a) Wie viel hat die Kuh im Ganzen zugenommen?
   b) Wie viel durchschnittlich in einem Tage?
   c) Wie viel hat sie Heuwerth verzehrt?
   d) Wie viel Pfund Heuwerth waren nothwendig zur Erzeugung eines Pfundes Fleisches?
   e) Wie theuer verwerthete sich der Centner Heuwerth, wenn das lebende Pfund Fleisch um 40 ₰ verkauft wurde?

Antw. Zu a) 175 Pfd. Zu b) 1,4 Pfd. Zu c) Bei Beantwortung dieser Frage wird eine Tag für Tag gleiche Gewichtszunahme vorausgesetzt, was freilich in der Wirklichkeit nicht ganz richtig ist, indem das Thier am Ende der Mast bei gleichem Futter nicht so viel am Gewicht zunimmt, wie am Anfang. Uebrigens hat dieser Umstand einen so unbedeutenden Einfluß auf die Richtigkeit der gegenwärtigen Rechnung, daß wir ihn nicht weiter zu berücksichtigen brauchen und daher bei unserer Voraussetzung bleiben. — Anfangs der Mastzeit war das lebende Gewicht 570, am Ende 745 Pfd., das mittlere Gewicht also $\frac{570 + 745}{2} = \frac{1315}{2} = 657,5$ Pfd. Aus dem mittleren lebenden Gewichte findet man durch Division mit 25 die mittlere Futtermenge, nämlich $\frac{657,5}{25} = 26,3$ Pfd. Da das Mehr des Futters nach Mitte der Mastzeit, und das Weniger vor Mitte der Mastzeit sich ausgleichen, so ist es für das Resultat unserer Rechnung gerade so viel, als wenn die Kuh die mittlere Futtermenge die ganze Mastzeit hindurch gehabt hätte. Hiernach ist die während der ganzen Mastzeit verzehrte Futtermenge: $26,3 \times 127 = 3340,1$ Pfd. = 33 Ctr. 40 Pfd. (1670 Kilogramm).

Zu d) $\frac{3340}{175} = 19$ Pfund. Zu e) $\frac{175 \times 40}{33,40} =$ 2 ℳ 10 ₰.

2) Wie viel Pfund Fleisch wurden nach den Voraussetzungen und Berechnungen des vorigen Beispieles aus einem Centner Heuwerth gewonnen?

Antw. $\frac{175}{33,40} = 5,24$ Pfund.

§. 63.

Bestimmung des lebenden Gewichtes des Rindviehes.

Es ist oft von Interesse, das lebende Gewicht eines Rindes zu wissen. Am sichersten erfährt man es durch die Wage. Man kann es aber auch durch Abschätzen, was übrigens viele Uebung erfordert, oder durch das Meßband bestimmen. Das lebende Gewicht wird durch das Meßband ziemlich annähernd auf folgende Art bestimmt:

a) Man messe den Umfang des Thieres mit einem in Centimeter abgetheilten Meßbande, indem man

dasselbe vom höchsten Punkte des Schulterknochens an hinter den Vorderfüßen um das Rind herumschlägt, und dessen Länge vom höchsten Schulterpunkt bis zum After oder Ende des Hinterbackens.

b) Dann multiplizire man den Umfang mit sich selbst und das erhaltene Produkt mit der Länge, und dividire das Ganze zuletzt mit 4875. Der Quotient zeigt das lebende Gewicht in Pfunden an.

Beispiel.

Eine Kuh habe 170 Centimeter Umfang und 130 Centimeter Länge, wie schwer ist sie?

Antw. $\frac{170 \times 170 \times 130}{4875} = 770$ Pfd. (771 Pfd.).

Anmerkung. Man wird in manchen Fällen die Rechnung etwas abkürzen können, wenn man vorerst im Zähler die Multiplikation blos anzeigt, den Nenner in seine einfachen Factoren ($3 \times 5 \times 5 \times 5 \times 13$) auflöst und vor der wirklichen Multiplikation möglichst verkleinert, z. B.

$$\frac{170 \times 170 \times 130}{3 \times 5 \times 5 \times 5 \times 13} = \frac{34 \times 34 \times 2}{3} = \frac{2312}{3} = 770^2/_3 \text{ Pfd.},$$

also 770—771 Pfd.

§. 64.

Werthsbestimmung des Schlachtviehes.

Um vom lebenden Gewichte einen einigermaßen richtigen Schluß auf den Werth des Schlachtviehes zu machen, muß man zwischen nicht gemästeten, halbfetten und ausgemästeten Thieren unterscheiden.

100 Pfund lebendes Gewicht geben:

	reines Fleisch	Unschlitt	Eingeweide, Kopf u. Füße	Haut
bei nicht gemästeten Thieren	45—50 Pfd.	3—4 Pfd.	10—11 Pfd.	7—8 Pfd.
bei halbfetten	50—55 Pfd.	5—7 Pfd	9—10 Pfd.	6—7 Pfd.
bei ausgemästeten . . .	55—65 Pfd.	8—12 Pfd.	6—8 Pfd.	6—7 Pfd

Als Metzgergewicht wird in der Regel das Fleisch der vier Viertel ohne Kopf, Füße, Talg und Eingeweide genommen.

Beim Schwein ist das Metzgergewicht mit Einrechnung des Kopfes 75%. Das Schmeer ist 8% des lebenden Gewichtes.

Beispiele.

1) Ein halbfetter Ochs hat, lebend gewogen, 930 Pfd., und zur Zeit, da er geschlachtet werden soll, kostet das Pfd. Fleisch 55 ₰, Unschlitt 60 ₰, Eingeweide, Kopf und Füße 30 ₰, die Haut per Pfd. 65 ₰. Es fragt sich nun:
   a) Welches Gewicht, und
   b) welchen Geldwerth haben die verwerthbaren Bestandtheile des geschlachteten Ochsen?
   c) Wie viele Pfennige kostet das lebende Pfund Fleisch?
   d) Auf wie viele Procent des lebenden Gewichtes belaufen sich die verwerthbaren Theile des geschlachteten Thieres?
   e) Welchen Geldwerth hätten die verwerthbaren Bestandtheile, wenn sie lauter bankmäßiges Fleisch wären?

Auflösung.

Zu a) und b) Der Ochs hat:

$930 \times 0{,}52$*) $=$	483,60 Pfd. Fleisch à 55 ₰ macht . . .	265 *M.* 98 ₰
$930 \times 0{,}06 =$	55,80 Pfd. Unschlitt à 60 ₰ . macht . . .	33 *M.* 48 ₰
$930 \times 0{,}10 =$	93,00 Pfd. Eingeweide à 30 ₰ macht .	27 *M.* 90 ₰
$930 \times 0{,}06 =$	55,80 Pfd. Haut à 65 ₰ macht . . .	36 *M.* 27 ₰
Summa	688,20 Pfd.	Summa 363 *M.* 63 ₰

Der Ochs hat 688,20 Pfd. verwerthbare Bestandtheile, die nach den angesetzten Preisen 363 *M.* 63 ₰ werth sind.

Zu c) Das lebende Pfund kostet 39 ₰ (rund 40 ₰).

Zu d) Man kann dies doppelt rechnen. Entweder summirt man die Procente der viererlei Bestandtheile des geschlachteten Ochsen zusammen, nämlich $0{,}52 + 0{,}06 + 0{,}10 + 0{,}06 = 0{,}74$, oder man macht den Rechnungsansatz: Wie viele Pfund verwerthbare Bestandtheile treffen auf 100 Pfund lebendes Gewicht, wenn auf 930 Pfund lebendes Gewicht 688,20 Pfund verwerthbare Theile trifft? Die Antwort lautet beide Mal: 74%.

Anmerkung. Man kann überhaupt sagen: Die verwerthbaren Bestandtheile eines geschlachteten halbfetten Ochsen sind durchschnittlich $\frac{3}{4}$ seines lebenden Gewichtes; denn, wie wir aus der obigen Tabelle ersehen, ist das Verwerthbare eines geschlachteten halbfetten Ochsen 70—79, oder sagen wir 80 Procent seines lebenden Gewichtes. Der Durchschnitt hievon ist 75% oder $\frac{3}{4}$.

---

*) Es ist wohl kaum nothwendig zu bemerken, daß z. B. 52 Procent so viel ist als $\frac{52}{100} = 0{,}52$.

Zu e) 378 M. 51 ₰ oder rund 378 M. 50 ₰. Die verwerthbaren Bestandtheile sind also fast so viel werth, als wenn sie lauter bankmäßiges Fleisch wären.

2) Welchen Schlächterwerth hat ein **ausgemästeter** Ochs von 1210 Pfd. lebenden Gewichts, wenn zur Zeit, da er geschlachtet wird, das Pfd. Fleisch 60 ₰, Unschlitt 70 ₰, Eingeweide, Kopf und Füße 35 ₰ und die Haut per Pfd. 80 ₰ kostet?

Auflösung.

Der Ochs habe:

1210 × 0,60 = 726	Pfd. Fleisch à 60 ₰ macht	435 M.	60 ₰
1210 × 0,10 = 121	„ Unschlitt à 70 ₰ macht	84 M.	70 ₰
1210 × 0,08 = 96,80	„ Eingeweide à 35 ₰ macht	33 M.	88 ₰
1210 × 0,06 = 72,60	„ Haut à 80 ₰ macht . .	58 M.	08 ₰
	Summa	612 M.	26 ₰

Der fragliche Ochs hat einen Schlächterwerth von 612 M. 26 ₰.

3) Wie viele Pfennige ist im vorigen Beispiel das **lebende** Pfund werth?

Antw. 50,6 d. i. 51 ₰.

Diese Frage kann sehr schnell auch auf folgende Weise berechnet werden:

Man multiplizire die Procente (diese als Dezimalbruch ausgedrückt) mit dem Preise eines Pfundes, und addire die einzelnen Produkte. Die Summe ist die Antwort auf die Frage:

$$0{,}60 \times 60 = 36$$
$$0{,}10 \times 70 = 7$$
$$0{,}08 \times 35 = 2{,}8$$
$$0{,}06 \times 80 = 4{,}8$$

Summa 50,6 = 51 ₰ wie oben.

Bemerkung. Man sieht, je schwerer und fetter das Schlachtthier ist, desto mehr nähert sich der Werth des lebenden Pfundes dem Fleischpreise, indem der unnütze Abfall verhältnißmäßig geringer und die nutzbaren Bestandtheile werthvoller werden.

4) Wie viel gewinnt der Metzger beim ersten Schlachtstück, wenn er für das lebende Pfund 35 ₰, wie viel beim zweiten, wenn er für das lebende Pfund 45 ₰ bezahlt?

Antw. Beim ersten Stück 38 M. 13 ₰, beim zweiten 67 M. 76 ₰.

§. 65.

Das in den Beispielen 1. und 2. des vorhergehenden Paragraphen entzifferte Resultat ist diejenige Summe, welche der Metzger, wenn er alles Verwerthbare zu Geld macht, aus dem Schlachtvieh herausnutzen kann. Es

versteht sich von selbst, daß er dem Oekonomen diesen Werth (Schlächterwerth) nicht bezahlen kann. Der Metzger hat Auslagen und Risico und will auch einen Nutzen! Gewöhnlich wird ihm das Unschlitt, die Eingeweide und die Haut preisgegeben. Bei fetten Stücken aber wird der Verkäufer auch vom Talg (Unschlitt) einen Erlös wollen.

Gehen wir nach dem Preis, wie der Metzger das Pfund Fleisch gewöhnlich an das Publikum verkauft, so können wir sagen: für das magere Vieh werden weniger Procent des lebenden Gewichtes nach dem Fleischpreise bezahlt, bei dem fettern mehr. Je nachdem das Vieh mager, wohlgenährt, halbfett, oder ausgemästet ist, geben 100 Pfund lebendes Gewicht 45—65, ja nach Einigen sogar 70 Pfund Fleisch. Es ist dieses durch viele Schlachtproben, namentlich von den Engländern, festgestellt worden. Indessen hat das Fleisch-Gewicht bis jetzt auch bei den fettesten Ochsen noch nie 3/4 des lebenden Gewichtes erreicht. Rechnet man Fleisch und Talg zusammen, so kann man von 100 Pfund lebenden Gewichts 48—77, ja nach Einigen 80 Pfund Fleisch *und* Talg bekommen. Beim Kauf und Verkauf eines Schlachtstückes wird es darauf ankommen, daß man den Fettzustand richtig schätzen kann. Ein Stück, das *viel Unschlitt* hat, soll volle Griffe geben: 1) neben dem Schwanzansatz, 2) am Hodensack, 3) vor dem Blatte, 4) am Kehlkopf und 5) am Ohransatz. Gute Griffe, welche *fettes Fleisch* anzeigen, sind diese: 1) auf die Hüftknochen, 2) auf die Rippen, 3) an den Bauchfalten vor den Hinterschenkeln, 4) hinter dem Blatte und 5) vor der Brust.

Beispiele.

Es sei der Fleischpreis 60 ₰. Ich habe einen mageren, 930 Pfund schweren Ochsen zu verkaufen. Wie theuer wird er mir (wahrscheinlich) bezahlt werden?

Auflösung.

Ich werde folgenden Ansatz machen: Wie viel erlöse ich für 930 Pfd. lebendes Gewicht, wenn 100 lebende Pfd. 45 Pfd. Fleisch geben und 1 Pfd. Fleisch 60 ₰ kostet?

M ?	930 Pfd. l. G.
100 l. Pfd. G.	45 Pfd. F.
1 Pfd. F.	0,60 M.

Der zu vermuthende Erlös wird sein:

$$\frac{930 \times 45 \times 0{,}60}{100} = 93 \times 45 \times 0{,}06 = 251 \text{ M. } 10 \text{ ₰.}$$

2) Wie ist der Preis beim obigen Stück, wenn ich Fleisch und Unschlitt auf 48% schätze und beide Bestandtheile in meine Kaufforderung einschließe?

Antw. $930 \times 0{,}48 \times 0{,}60 = 267$ M. 84 ₰

3) Wenn der Fleischpreis 60 ₰ ist, will ich einen halbfetten, 930 Pfund schweren Ochsen verkaufen. Auf welcher Forderung muß ich bestehen, a) wenn ich ihn auf 54% Fleisch schätze und das Unschlitt in die Kaufsumme nicht rechne, und b) wenn ich ihn auf 54% Fleisch und 6% Unschlitt schätze und beide Bestandtheile in meine Kaufforderung aufnehme?

Antw. ad a) $930 \times 0{,}54 \times 0{,}60 = 301$ M. 32 ₰
ad b) $930 \times 0{,}60 \times 0{,}60 = 334$ M. 80 ₰

4) g bedeute das lebende Gewicht, p die Procente des lebenden Gewichtes, die man sich zu gut rechnet, t den Preis des Fleisches, m den Markt- oder Kaufpreis des Stück Viehes, so kann man die obige Rechnungsweise kurz in folgender Gleichung ausdrücken:

$$m = g \,.\, p \,.\, t.$$

Sind 3 von diesen Größen bekannt, so kann man die vierte durch eine einfache Rechnung finden.

Für einen ganz fetten, 930 Pfund schweren Ochsen will mir der Metzger 315 M. bezahlen. Der Fleischpreis ist 60 ₰. Wie viel Procent des lebenden Gewichtes würden mir durch dieses Anerbieten vergütet?

Antw. $p = \frac{m}{g \,.\, t} = \frac{315}{930 \times 0{,}60} = 56$

§. 66.

Erzeugungskosten des Stalldüngers.

Um die Erzeugungskosten des Stalldüngers zu berechnen, muß man die Auslagen für die Unterhaltung des Rindviehes und die Einnahmen kennen, die es unmittelbar in Kälbern, Milch, Arbeit und Fleisch gewährt. Wenn, was meistens der Fall ist, die Ausgaben größer sind als die Einnahmen, so muß der Dünger das Deficit decken. Der Dünger kostet also so viel, als der Passivrest der Einnahmen und Ausgaben für die Viehzucht beträgt. Nur wenn die unmittelbaren Einnahmen die Ausgaben decken, so hat man den Dünger umsonst.

Beispiele.

1) Wie hoch kommt unter den nachstehenden Voraussetzungen der Centner Stalldünger einer Kuh zu stehen?

Auflösung.

Vorerst muß man die Frage beantworten: was kostet die Unterhaltung einer Kuh?

Sie kostet:

1) täglich 23 Pfund Heu macht im Jahre 84 Centner à 2 M. 50 ₰	210 M.	— ₰
2) täglich $5^1/_2$ Pfund Streustroh, macht im Jahre 20 Centner à 1 M. 50 ₰ . .	30 M.	— ₰
3) jährlich 35 Pfd. Salz à 10 ₰	3 M.	50 ₰
4) Wart und Pflege (für 20 Stück 1 Person zu 300 M.	15 M.	— ₰
5) Unterhaltung und Verzinsung der nothwendigen Gebäude und Stallgeräthe . . .	7 M.	50 ₰
6) Zins für das Ankaufskapital der Kuh im Betrage von 150 M. zu 8% (wegen des Risico)	12 M.	— ₰
Summa	278 M.	— ₰

Sie gewährt folgende Einnahmen:

1) für das Kalb	30 M.	= ₰
2) Milch, täglich 4 Liter, macht jährlich 1460 Liter à 12 ₰	175 M.	20 ₰
Summa	205 M.	20 ₰

Es bleiben noch zu decken 72 ℳ 80 ₰. So viel kostet der Dünger einer Kuh, welchen sie in einem Jahre erzeugt; sie erzeugt aber (84 + 20) 2 = 208 Ct., wornach der Centner Stalldünger unter den obigen Voraussetzungen 35 ₰ kostet.

Indem wir die Bedingungen des Beispiels 1. voraussetzen, fragen wir weiter:

2) Wie hoch kommt der Centner Stalldünger, wenn man das Liter Milch um 15 ₰ verkauft?

Antw. Da in diesem Falle das Deficit nur noch 32 ℳ 20 ₰ ist, so kommt der Centner Stalldünger auf $15^1/_2$ ₰.

3) Wie hoch berechnen sich im Beispiele 1. der Centner Heu und der Centner Streustroh, wenn das Liter Milch 15 ₰ und der Centner Dünger nichts kosten soll?*)

Auflösung.

Die Einnahmen von einer Kuh seien jährlich:

a) für das Kalb	30 ℳ — ₰
b) für 1460 Liter Milch à 15 ₰ . . .	219 ℳ — ₰
	249 ℳ — ₰
Die Ausgaben, ohne Heu und Stroh . .	41 ℳ 20 ₰
somit verbleiben für Heu und Stroh . .	207 ℳ 80 ₰

Die Frage lautet nun: Was kostet 1 Ctr. Heu und was kostet 1 Ctr. Streustroh, wenn 84 Centner Heu und 20 Ctr. Streustroh mit einander 207 ℳ 80 ₰ kosten und der Preis des Streustrohes 0,6 vom Preise des Heues ist? Die Rechnung läuft auf eine Gleichung hinaus. Man wird finden, daß sich der Centner Heu auf ca. 2 ℳ 18 ₰ und der Centner Streustroh auf 1 ℳ 30 ₰ berechnet.

§. 67.

Schafzucht.

Vom Schafe gibt es drei Racen: Das gemeine Landschaf, Merinos oder Edelschafe und Bastarden. Jede Race hat mehrere Stämme und Spielarten, die in Hinsicht auf Gewicht, Wolle und Fleischansatz verschieden sind:

1) Gewicht. Das erwachsene Schaf wiegt zwischen 28 und 40 Kilogramm. Das neugeborene Lamm

*) Der Preis von Heu und Stroh verhält sich so ziemlich, wie 10 zu 6.

hat $\frac{1}{15}$ bis $\frac{1}{10}$ vom Gewichte seiner Mutter. Nach einem Jahre hat es $\frac{2}{3}$ von dem Gewichte, das es ausgewachsen erreicht. Es gibt aber auch Schafe von höherem Gewichte. Namentlich haben die Widder und Hämmel (verschnittene Widder) in der Regel ein höheres Gewicht.

2) Futter. Die Schafe nutzen das Futter besser aus, als die Rinder, daher sie verhältnißmäßig etwas weniger Heuwerth brauchen, als das Rind, nämlich täglich $\frac{1}{36}$, monatlich $\frac{5}{6}$, jährlich das Zehnfache ihres Körpergewichtes, 1 Schaf durchschnittlich 0,85 bis 1,12 Kilogramm per Tag. Dieses Futtergewicht reicht zur vollständigen Sättigung, Erhaltung ihres Körpers und Wollebildung hin. Die Schafe können in der Regel 7 Monate auf der Weide ernährt werden. Hiezu werden benützt:

a) natürliche Weiden, trockene Plätze mit $5^1/_2$—12 Centner Heuerträgniß per Tagw.,

b) Wiesennachweide . per Tagw. 2—$3^1/_2$ Ct.,

c) Stoppelfelder . . „ „ 1 „

d) Brachäcker . . . . „ „ 1 – $3^1/_2$ „

e) Wege und Raine . „ „ 10—11 „

3) Streu. Im Stall braucht man auch Streu, in der Regel $\frac{1}{8}$ bis $\frac{1}{5}$ vom Gewichte des verzehrten Heuwerths, auf das Stück durchschnittlich 0,25 Kilogramm = $^1/_2$ Pfund per Tag.

4) Salz. Man rechnet auf das Stück jährlich 1,12 bis 1,70 Kilogramm, oder kurzweg auf 100 Schafe 112 Kilogramm Salz.

5) Wart und Pflege. Auf 200—300 Zuchtschafe, oder 300 bis 400 Göltschafe gehört ein Schäfer, der mit Kost und Lohn jährlich auf 350—400 *M.*, und ein Hund, der auf 30 — 40 *M.* zu stehen

kommt. Trifft sohin auf 1 Stück circa 1 *M.* bis 1 *M.* 50 *₰.*

6) Verzinsung und Unterhaltung der Gebäude und Stallgeräthe. Man nimmt an, daß Gebäude und Geräthe ungefähr den nämlichen Kapitalwerth haben, als die Schafheerde, für die man sie braucht. Auf 1 Stück circa 1 *M.* bis 1 *M.* 50 *₰.*

7) Ankaufspreis des Schafes. Ist natürlich verschieden. Im Durchschnitt 20 *M.* Dieser Ankaufspreis muß wegen des mit der Schafhaltung verbundenen Risico zu 8% verzinst werden. Zins für 1 Stück 1 *M.* 60 *₰.*

8) Die Wasch-, Schur- und Verpackungskosten der Wolle können per Stück auf 20 *₰* angesetzt werden.

Die Schafe nützen durch Lämmer, Wolle, Dünger und Fleisch. Man rechnet jährlich

auf feinwollige Schafe	2 Pfd. od.	1 Kilogramm Wolle
auf mittelfeinwollige	$3^1/_2$ „ „	1,75 „ „
auf gemeine Landschafe	$3^1/_2$-$4^1/_2$ „ „	1,75-2,25 Kgr. „
auf grobwollige	$4^1/_2$-7 „ „	2,25-3,50 „ „

Die Menge der Wolle steht mit dem lebenden Gewicht und dem verzehrten Heuwerth im Verhältniß. Das jährliche Wollerträgniß ist $= \frac{1}{25}$ vom lebenden Gewichte des Schafes, und 1 Centner Heu erzeugt $\frac{2}{5}$ Pfund oder 0,2 Kilogramm Wolle, oder 250 Centner Heuwerth geben 1 Ct. Wolle.

Wenn man das Gewicht des verzehrten Heuwerthes und der verbrauchten Streu addirt und die Summe mit 0,85 bis 1,12 multiplizirt, so erhält man das Gewicht des erzeugten Schafdüngers in Kilogrammen. Die beste Verwendung ist der sogenannte Pferch. Beim Pferchen kommt es darauf an, wie lange die Pferchung dauert, und wie viel man auf ein Schaf Quadrat-Meter rechnet. Ein Schaf mittlerer Größe, 12 Stunden

lang auf 0,85 □Meter im Pferch gehalten, gibt eine starke Düngung, auf 1,20 □Meter eine mittlere, auf 1,50 □Meter eine schwache. Eine Heerde von 300 Schafen überpferchł in einer Nacht mehr als mit einem Wagen voll Mist überdüngt werden kann. Der nächtliche Pferch eines Schafes bei einem Raum von 0,70 □Meter bis 1 □Meter ist 2—5 ₰ werth. Reichliche Nahrung steigert den Werth des Pferches.

Will man ein Schaf fett machen, so muß man ihm mehr Heuwerth beibringen, als zu seiner Sättigung nothwendig ist, nämlich täglich circa $\frac{1}{25}$ seines Körpergewichtes. Jeder Centner Heuwerth, den das Schaf über sein gewöhnliches Bedürfniß zu sich nimmt, macht es um 10 Pfund oder 5 Kilogramm schwerer. Die Schlachtergebnisse sind ähnlich wie beim Rindvieh: 46—54% Fleisch und 7—11% Unschlitt.

Beispiele.

1) Wie viel Heuwerth braucht ein Schaf in 7 Monaten, wenn sein Gewicht 36 Kilogramm ist?

Antw. 210 Kilogramm d. i. $4\frac{1}{5}$ Ctr. (4 Ctr. 20 Pfund).

2) Wie viel Centner Heuwerth braucht ein Schaf von 36 Kilogramm in einem Jahre?

Antw. 10mal mehr als sein Gewicht, $10 \times 36 = 360$ Kilogramm $= 7\frac{1}{5}$ Ctr. (7 Ctr. 20 Pfund).

3) Wie viel Centner Heuwerth brauchen 400 Schafe, jedes durchschnittlich 72 Pfund schwer, in 7 Monaten?

Antw. 1680 Centner.

4) Wie viel brauchen die obigen Schafe in einem Jahre?

Antw. 2880 Centner.

5) Eine 7 Monate dauernde Weide für 400 Stück Schafe, à 72 Pfund schwer, kostet 900 ℳ; wie hoch kommt der Centner Heuwerth dieser Weide zu stehen?

Antw. Zuerst wird aus dem Gewichte der Schafe der Heubedarf gefunden. Er ist, wie schon bekannt, 1680 Ctr. Kosten 1680 Centner 900 ℳ, so kostet 1 Ctr. $53\frac{1}{2}$ ₰.

6) Welche Weidefläche braucht man, um 400 Schafe 7 Monate lang zu nähren, wenn man auf das Schaf 2 Pfund (= 1 Kilo-

gramm) Heuwerth und auf das Tagwerk $3^{1}/_{2}$ Ctr. Heuertrag rechnet?

Antw. 480 Tagwerk = 163,55 Hektaren.

7) Wie viel Centner Wolle produzirt man, wenn man 1400 Centner Heuwerth an Schafe verfüttert?

Antw. $5^{3}/_{5}$ Ctr., da, wie wir oben hörten, 250 Ctr. Heu 1 Ctr. Wolle geben.

8) Ein Gutsbesitzer kaufte 50 Hämmel, die beim Ankauf 40 Centner wogen. Beim Verkauf wogen sie 56 Ctr. und hatten somit um 16 Ctr. zugenommen. Wie viele Centner Heuwerth waren nothwendig, um die 16 Ctr. Fleisch zu produziren?

Antw. 10 Pfund Heuwerth-Ueberschuß geben 1 Pfund Fleischzunahme, und umgekehrt 1 Pfund Fleischzunahme erfordert 10 Pfund Ueberschuß-Futter; daher sind zu 16 Ctr. Fleischzunahme 16 × 10 = 160 Ctr. Heuwerth nothwendig.

9) Wenn der Pferch eines Schafes während 10 Stunden zwei Pfennige kostet, was kostet der wöchentliche Pferch von 200 Schafen, wenn die Pferchzeit in jeder Nacht 8 Stunden dauert?

Antw. 22 M. 40 ₰.

10) Wie hoch verwerthet sich durch die Schafhaltung der Centner Heuwerth, wenn man nachstehende Ausgaben und Einnahmen zu Grunde legt?

Ausgaben.

1) Für 200 Stück Schafe à 20 M. . .	4000 M.	— ₰
2) Zins hieraus zu 8%	320 M.	— ₰
3) Verzinsung und Unterhaltung der Gebäude und Geräthschaften. Der Kapitalswerth ist, wie der der ganzen Heerde, 4000 M., verzinset zu 5% .	200 M.	— ₰
4) Für Wasch, Schur und Wollverkauf, per Schaf 20 ₰	40 M.	— ₰
5) Kost und Lohn des Schäfers . . .	400 M.	— ₰
6) Unterhaltung des Schäferhundes . .	30 M.	— ₰
7) $4^{1}/_{2}$ Centner Salz, per Pfund 10 ₰ .	45 M.	— ₰
8) Arzneikosten	15 M.	— ₰
9) 8 Pfund Oel à 70 ₰	5 M.	60 ₰
10) Streustroh, 5 Monate lang täglich 1 Centner = 150 Centner à 1 M. .	150 M.	— ₰
Summe der Ausgaben ohne Einrechnung des Heues	5205 M.	60 ₰

Einnahmen:

1) Werth der Heerde, 180 Stück à 25 *M.*	4500 *M.*	— ₰
2) 80 Lämmer à 8 *M.*	640 *M.*	— ₰
3) Erlös von 20 abgegangenen Stücken à 12 *M.*	240 *M.*	— ₰
4) Erlös aus 8 Ctr. Wolle à 180 *M.* .	1440 *M.*	— ₰
5) Dünger im Stall, 75 Fuder à 6 *M.* .	450 *M.*	— ₰
6) 200 Pferchnächte à $3^1/_2$ *M.*	700 *M.*	— ₰
Summe aller Einnahmen	7970 *M.*	— ₰

Einnahmen . .	7970 *M.*	— ₰
Ausgaben . . .	5205 *M.*	60 ₰
Activrest .	2764 *M.*	40 ₰

Dieser Activrest dient zur Bezahlung des Heuconto. Man brauchte aber mit Einrechnung der Lämmer im Jahr 2450 Ctr. Trifft auf den Centner 1 *M.* 12 ₰.

§. 68.

Pferdehaltung.

Die Nahrung des Pferdes sind: Getreidekörner, vorzüglich Hafer, dann Heu, Stroh. Gras, Klee, Pferdebohnen, Möhren u. s. w. Da, wie bekannt, die Nährkraft dieser Stoffe verschieden ist, so müssen sie nach der oben angegebenen Tabelle auf Heuwerth zurückgeführt werden, wenn man eine Uebersicht gewinnen und rechnen will. Erfahrungsgemäß braucht das Pferd verhältnißmäßig mehr Heuwerth als das Rind. Man rechnet beim Pferde auf den Centner lebendes Gewicht täglich 4 bis $4^1/_2$ Pfund Heuwerth. Soll das Pferd gut gehalten sein, so müssen diese Stoffe gehörig gemischt werden. Braucht z. B. ein Pferd nach seinem Körpergewicht 30 Pfund Heuwerth, so gebe man ihm etwa $^1/_3$ hievon = 10 Pfund als Heu und Häcksel und $^2/_3$ = 20 Pfund des Heuwerthes als Hafer, welcher dem Gewichte nach 8 bis 10 Pfund beträgt, je nachdem man annimmt, daß 38 oder 50 Pfund Hafer in Beziehung auf Nahrhaftigkeit 100 Pfund Heu gleich sind. Wenn in den folgenden Beispielen nichts bemerkt ist, so ist angenommen, daß 40 Pfund Hafer den Futterwerth von 100 Pfund Heu haben.

Kosten der Aufzucht.

Beispiele.

1) Man läßt das Füllen $^1/_4$ Jahr an der Mutter saugen. Außerdem erhält es von der fünften bis zwölften Woche, d. h. 8 Wochen lang täglich 2 Pfund Häcksel, bestehend aus 1 Pfund Heu und 1 Pfund Haferstroh, ferner 1 Pfund Heu, 2 Liter Hafer, 1 Liter Gerstenbruch.

a) Was hat das Füllen bis zur zwölften Woche an Hafer, Heu, Haferstroh und Gerste verzehrt?

b) Wie viel beträgt der Heuwerth dieses Futters in 8 Wochen, wie viel in einem Tage? (Der Futterwerth der Gerste wird hier dem des Hafers gleichgesetzt.)

c) Was kostet dieses Futter in 8 Wochen, was in einem Tage, wenn das Hektoliter Hafer zu $4^1/_2$ *M.*, das Hektoliter Gerste zu 9 *M.*, der Centner Heu zu 1 *M.* 40 *₰* und der Centner Stroh zu 1 *M.* angeschlagen wird?

Antw. a) 1 Ctr. 12 Pfund Heu, 56 Pfund Haferstroh, 1 Hektoliter 12 Liter Hafer, 56 Liter Gerste.

b) 5 Centner 18 Pfund Heuwerth in 8 Wochen und 9,25 Pfund, d. i. $9^1/_4$ Pfd. in einem Tage.

c) Dieses Futter kostet in 8 Wochen 12 *M.* 21 *₰*, in 1 Tage 21,8 *₰*, rund 22 *₰*.

2) Man berechne die Kosten, welche ein vierteljähriges Füllen verursacht!

Antw.

a) die trächtige Stute konnte man in Summe 80 Stunden nicht zur Arbeit brauchen à 20 *₰*	16 *M.* — *₰*
b) die säugende Stute 180 Stunden à 20 *₰*	36 *M.* — *₰*
c) das Futter des Füllens kostete . .	12 *M.* 21 *₰*
d) Wart und Pflege der Stute und des Füllens	8 *M.* 50 *₰*
Summe	72 *M.* 71 *₰*

3) Ein $3^3/_4$ Jahr altes Pferd wurde nach einem Vierteljahr entwöhnt. Am Anfang der Entwöhnung bekam es 12 Pfund Heuwerth und jetzt erhält es 30 Pfund. Während der ganzen Zeit war das Verhältniß der Futtermischung so, daß $^1/_3$ des Heuwerthes in Heu und Haferstroh zu gleichen Gewichtstheilen, und $^2/_3$ in Hafer gereicht wurden. Es fragt sich nun:

a) Wie viel Heuwerth hat dieses Pferd von der Zeit der Entwöhnung bis zum gegenwärtigen Augenblick erhalten?

b) Wie viel Hektoliter Hafer, wie viel Centner Heu und wie viel Centner Stroh sind in diesem Heuwerth begriffen?

c) Was kosteten Hafer, Heu und Stroh einzeln und in Summe, wenn die im Beispiele 1 angegebenen Preise angenommen werden?

Antw. a) $3^1/_2$ Jahr sind 1277 Tage. Am Anfang erhielt das Pferd 12 Pfund Heuwerth, zuletzt 30 Pfund, folglich nach dem mittleren Durchschnitt 21 Pfund. Das macht in 1277 Tagen 268 Ctr. 17 Pfd. Heuwerth.

b) $^1/_3$ dieses Heuwerths, d. h. 89 Ctr. 39 Pfd., rund 90 Ctr., besteht aus Heu und Stroh zu gleichen Gewichtstheilen. Da der Futterwerth des Haferstrohes nur $^1/_2$ so groß ist, als der des Heues, so wird man finden, daß 60 Ctr. Heu und 60 Ctr. Haferstroh 90 Ctr. Heuwerth geben.

$^2/_3$ des Gesammt-Heuwerthes, d. h. 178 Ctr. 78 Pfund sollen durch Hafer ersetzt werden. Einem Heuwerth von 178 Ctr. 78 Pfd. entsprechen in runder Zahl 80 Hektoliter Hafer, wenn 1 Hektoliter Hafer 90 Pfd. wiegt und 40 Pfd. Hafer den Futterwerth von 100 Pfd. Heu haben.

c) Das Pferd kostete in $3^1/_2$ Jahr 504 *M.*, und zwar für Hafer 360 *M.*, Heu 84 *M.*, Stroh 60 *M.*

Bemerkung. Man nehme an, daß seit der Entwöhnung Wart und Streustroh durch den Dünger bezahlt wurden.

§. 69.

Kosten und Arbeit erwachsener Pferde.

Beispiele.

1) Wenn das tägliche Futter eines Pferdes 36 Pfund Heuwerth beträgt, und $^1/_3$ dieser Nahrung in Hafer gegeben werden soll, wie viel Liter Hafer trifft dann für das Pferd in einem Tage? Diese Frage soll nach der doppelten Annahme berechnet werden: a) 38 Pfund Hafer haben den Futterwerth von 100 Pfund Wiesenheu, und b) 50 Pfund Hafer haben den Futterwerth von 100 Pfund Heu.

Auflösung.

Die Frage geht dahin: Durch wie viel Liter Hafer wird die Futterkraft von 12 Pfund Heu ersetzt? Nach der Voraussetzung a) werden wir 5 Liter, oder dem Gewichte nach $4^1/_2$ Pfund Hafer finden. Nach der Voraussetzung b) erhalten wir 6,7 oder rund 7 Liter, dem Gewichte nach 6 Pfund.

2) Wenn a) ein Zugpferd täglich 11 Liter Hafer und 11 Pfund Heu; b) ein schweres Reitpferd $9^1/_4$ Liter Hafer und 11 Pfund Heu; c) ein leichtes Reitpferd $7^4/_{10}$ Liter Hafer und 10 Pfund Heu erhält, wie viel Heuwerth erhält ein Pferd in jedem der drei Fälle, wenn man annimmt, daß 50 Pfund Hafer an Futterwerth 100 Pfund gutem Wiesenheu gleich sind?

Antw. a) 31 Pfund; b) 28 Pfund; c) 23 Pfund.

3) Wie viel Hektoliter Hafer und Centner Heu brauchen die voraufgeführten Pferde in einem Jahre?

Antw. a) 40,15 Hektoliter Hafer und 40,15 Ctr. Heu; b) 33,76 Hektoliter Hafer und 40,15 Ctr. Heu; c) 27,01 Hektoliter Hafer und 36,50 Ctr. Heu.

4) Wenn das Hektoliter Hafer 4 *M.* 50 ₰ und der Ctr. Heu 2 *M.* kosten, auf wie viel Pfennige kommt die tägliche Ration der in den vorhergehenden Beispielen gedachten Pferde zu stehen?

Antw. a) 72 ₰; b) 64 ₰; c) 53 ₰.

5) Wenn nach den Preisen von Hafer, Heu und Stroh das Pfund Heuwerth in guter Mischung, wie das Pferd es verlangt, auf 2 Pfennige kommt, wie hoch kommt das Futter von 2 Pferden à $11^1/_2$ Ctr. lebenden Gewichts in einem Jahre zu stehen, wenn auf den Centner lebendes Gewicht $3^1/_2$ Pfund Heuwerth gerechnet wird?

Antw. 587 *M.* 65 ₰.

6) Wie findet man die jährliche Abnutzung eines Pferdes?

Auflösung.

Um diese zu berechnen, muß man den Werth des Pferdes am Anfang und am Ende der Benutzung, dann die Zahl der Benützungsjahre kennen. Mit der Zahl der Benützungsjahre theilt man in die Zahl, welche angibt, um wie viel das Thier am Ende der Benutzung weniger werth ist. Ein Bauer kauft z. B. ein Pferd um 400 *M.*, benützt es 12 Jahre und verkauft es dann um 100 *M.* Die jährliche Abnutzung wird sein: $\frac{400-100}{12} = 25$ *M.* Andere nehmen an, daß ein Pferd von der Zeit seiner vollen Kraft und Brauchbarkeit an gerechnet, d. h. vom vierten Lebensjahre an, im Durchschnitt jährlich 10 Procent seines Werthes verliere.

Z. B. ein Pferd mit 4 Jahren werde um 600 *M* bezahlt; was ist es nach vollendetem 8ten Jahre noch werth?

Antw. Am Ende des 5ten Jahres ist es werth:

600 *M.* — 60 *M.* = 540 *M.*

Am Ende des 6ten Jahres ist es werth:

540 *M.* — 54 *M.* = 486 *M.*

Am Ende des 7ten Jahres ist es werth:

486 *M.* — 48,60 *M* = 437,40 *M.*

Am Ende des 8ten Jahres ist es werth:

437,40 *M.* — 43,74 *M.* = 393,66 *M.*

7) Die Bestandtheile und die Kosten des Geschirres zweier Pferde seien: 2 Kummet halb von Leder à 12 *M.*; 2 Leib à 2 *M.* 50 ₰; 2 Halftern à 3 *M.*; 1 Zügel sammt Gebiß 2 *M.* 60 ₰;

1 Heftzügel 80 ₰; 1 Laufriemen 1 M. 50 ₰; 1 Leitseil (Riemen) 2 M.; 1 Halbriemen 90 ₰; 2 Hintergeschirr à 6 M.; 4 Seitenblätter à 2 M. 80 ₰; eine Fuhrmannspeitsche 1 M. 80 ₰; 4 Stränge à 50 ₰; 2 Schwanzriemen à 2 M. 50 ₰; 2 Brustketten à 1 M. 30 ₰.

Vor 10 Jahren schaffte ein Bauer diese Gegenstände neu an, jetzt aber sind sie, obwohl er im Laufe dieser 10 Jahre 80 M. für Flickarbeit ausgegeben hat, in einem solchen Zustand, daß er sie nicht mehr brauchen kann. Wie viel Procent des Anschaffungskapitales sind jährlich auf Abnutzung und Flickarbeit zu rechnen?

Auflösung.

Die Anschaffungskosten sind 77 M. 40 ₰. Da die angeschafften Gegenstände in 10 Jahre unbrauchbar sind, so beträgt die jährliche Abnutzung 7 M. 74 ₰. Die jährlichen Ausgaben für Flickarbeit 8 M. Abnutzungs- und Unterhaltungskosten per Jahr 7 M. 74 ₰ + 8 M. = 15 M. 74 ₰. Die jährlichen Ausgaben für 2 Pferdegeschirre betragen hienach 15 M. 74 ₰, in Procenten des Anschaffungskapitales ausgedrückt: 20 Procent.

8) Ein Mann richtet sich mit 2 Pferden und eigener Geräthschaft auf Lohnfuhrwerk ein. Er macht folgenden Ueberschlag:

a) für sich jeden Tag des Jahres 1 M. Verdienst, macht	365 M. — ₰
b) Der Werth seiner zwei Pferde zu 500 M. soll zu 5 % verzinset werden . . .	25 M. — ₰
c) Abnutzung und Risico bezüglich des Pferdekapitals, 10 %	50 M. — ₰
d) Er schafft sich für jedes Pferd 2 Geschirre an. Auslage 160 M., die zu 5 % verzinset werden muß	8 M. — ₰
e) Unterhaltungskosten der Pferdegeschirre jährlich 20 % der Anschaffungskosten, macht	32 M. — ₰
f) Hufbeschlag à 12 M.	24 M. — ₰
g) Für jedes Pferd monatlich $2^1/_4$ Hektoliter Hafer à 4 M. 60 ₰ und täglich 13 Pfd. Heu, den Centner Heu zu 1 M. 30 ₰ berechnet, macht	371 M. 77 ₰
h) Streustroh, Kurkosten, Beleuchtung und Wart läßt er sich durch den Dünger zahlen. Dagegen verlangt er, daß ihm der fünfprocentige Zins und die Abnützung der Acker- und Fuhrgeräthe vergütet werden.	
Latus	875 M. 77 ₰

Uebertrag 875 M. 77 ₰

Seine Geräthe sind:

1 Wagen zu 120 M.	Hiefür der Zins	11 M. — ₰
1 Pflug „ 50 M.		
1 Walze „ 20 M.		
1 Egge „ 12 M.		
Andere kleine Geräthe zu 18 M.	Abnutzung . .	44 M. — ₰
Summa 220 M.		

i) Wagenschmiere jährlich 30 Pfd. à 50 ₰ 15 M. — ₰
k) Stallzins für 2 Pferde . . . . . 10 M. 23 ₰

Summe 956 M. — ₰

Wie viel muß dieser Mann, um diese Summe herauszuschlagen, für die Arbeitsstunde verlangen, wenn er jährlich 280 Tage und jeden Tag 8 Stunden arbeitet?

Antw. 43 ₰.

9) Wie viel verdient nach dem vorigen Beispiel in einem Arbeitstage von 8 Stunden a) der Fuhrmann mit seinen 2 Pferden, b) 1 Pferd ohne Einrechnung des Fuhrmanns, den Taglohn des Letztern zu 1 M. angesetzt?

Antw. ad a) 3 M. 44 ₰; ad b) 1 M. 22 ₰.

10) Wie viel Mistfuhren kann ein Zweispänner in 8 Stunden auf einen Acker machen, der circa 300 Meter von der Mistgrube entfernt ist, vorausgesetzt, daß ein Aufenthalt durch Auf- und Abladen nicht entsteht?

Antw. Nach den in den Anmerkungen zum 6. Kapitel angegebenen Bedingnißzahlen findet man: 43 Fuhren.

Pferdedünger.

Die Menge des ungegohrenen Pferdedüngers findet man, wenn man das Gewicht des Streustrohes und des Trockenfutters (ohne Rücksicht auf seine Qualität) mit dem Faktor $\frac{3}{2}$ multiplizirt. Durch die Gährung wird der Pferdedünger um die Hälfte vermindert. Will man aus dem Gewichte des Trockenfutters und der Streu den gegohrenen Pferdedünger finden, so muß man jenes mit $\frac{3}{4}$ multipliziren

Beispiel.

Wie viel Centner gegohrenen Dünger liefert ein Pferd in einem Jahre, wenn es während dieser Zeit $15\frac{1}{2}$ Hektoliter Hafer, 80 Centner Heu, 8 Centner Futterstroh und 12 Centner Streustroh braucht?

Auflösung.

Das Pferd braucht 113,95 Centner Futter- und Streumaterialien, im trockenen Zustand gedacht. Mithin Dünger:

$$113{,}95 \times \frac{3}{4} = 85 \text{ Centner } 46 \text{ Pfund.}$$

Zehntes Kapitel.

Einiges von der Waldwirthschaft.

§. 70.

Entweder überläßt der Mensch die Holzzucht hauptsächlich der Natur (natürliche Holzzucht), oder er legt selbst nach gewissen Regeln Hand an's Werk, indem er auf die gehörig vorbereitete Fläche Holzsamen säet oder junge Holzpflanzen einsetzt (künstliche Holzzucht).

§. 71.

Samenbedarf.

Um ein bayr. Tagwerk gehörig zu besamen, braucht man:

Von Erlen und Lerchen . . .	1,70	Kgr.	Samen,
„ Fichten	3,40	„	„
„ Föhren, Birken und Ulmen	$4-4\frac{1}{2}$	„	„
„ Weißtannen u. Hagenbuchen	9—10	„	„
„ Eschen	17	„	„
„ Ahornen	20	„	„
„ Buchecken	56	„	„
„ Eicheln	250	„	„

Demnach ergeben sich für ein Hektar:

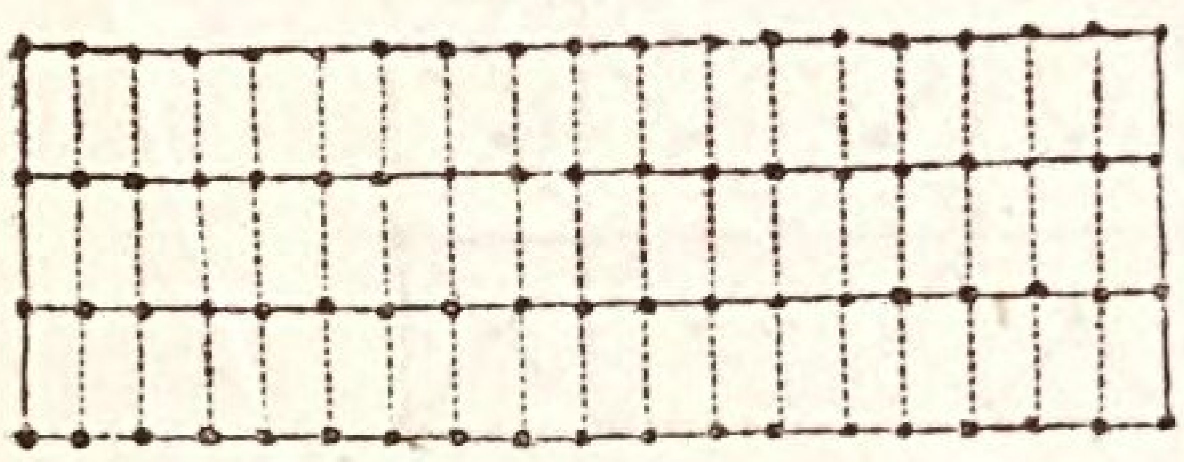
Von Erlen und Lerchen . .	5 Kgr.	Samen,	
„ Fichten	10	„	„
„ Föhren, Birken und Ulmen	12—13	„	„
„ Weißtannen u. Hagenbuchen	26½—29½	„	„
„ Eschen	50	„	„
„ Ahornen	58½	„	„
„ Buchedern	164½	„	„
„ Eicheln	735	„	„

§. 72.

Beim Setzen von Pflanzen verfährt man gerne nach den folgenden regelmäßigen Formen:

a) Reihenpflanzung, wie Figur 26 versinnlicht.

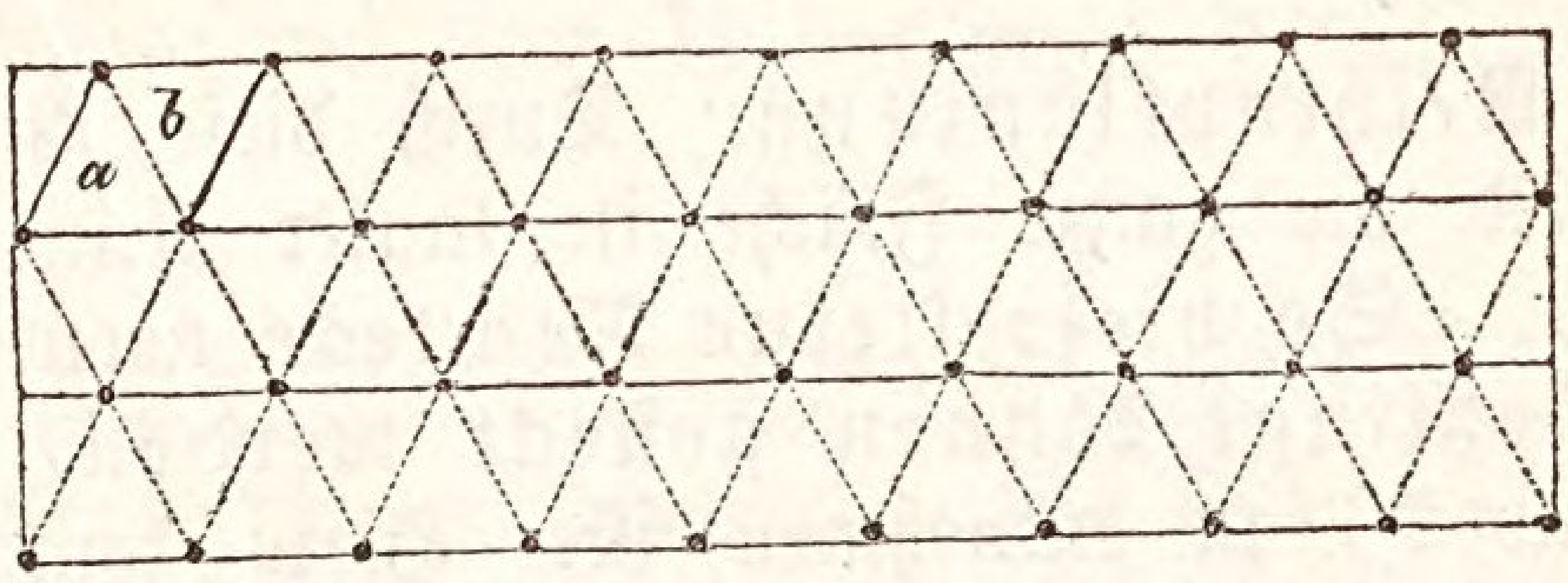
Fig. 26.



Gewöhnlich sind die Reihen weiter auseinander, als die Pflanzen in der Reihe.

b) Dreipflanzung, von den Gärtnern Gänsefuß genannt. Figur 27.

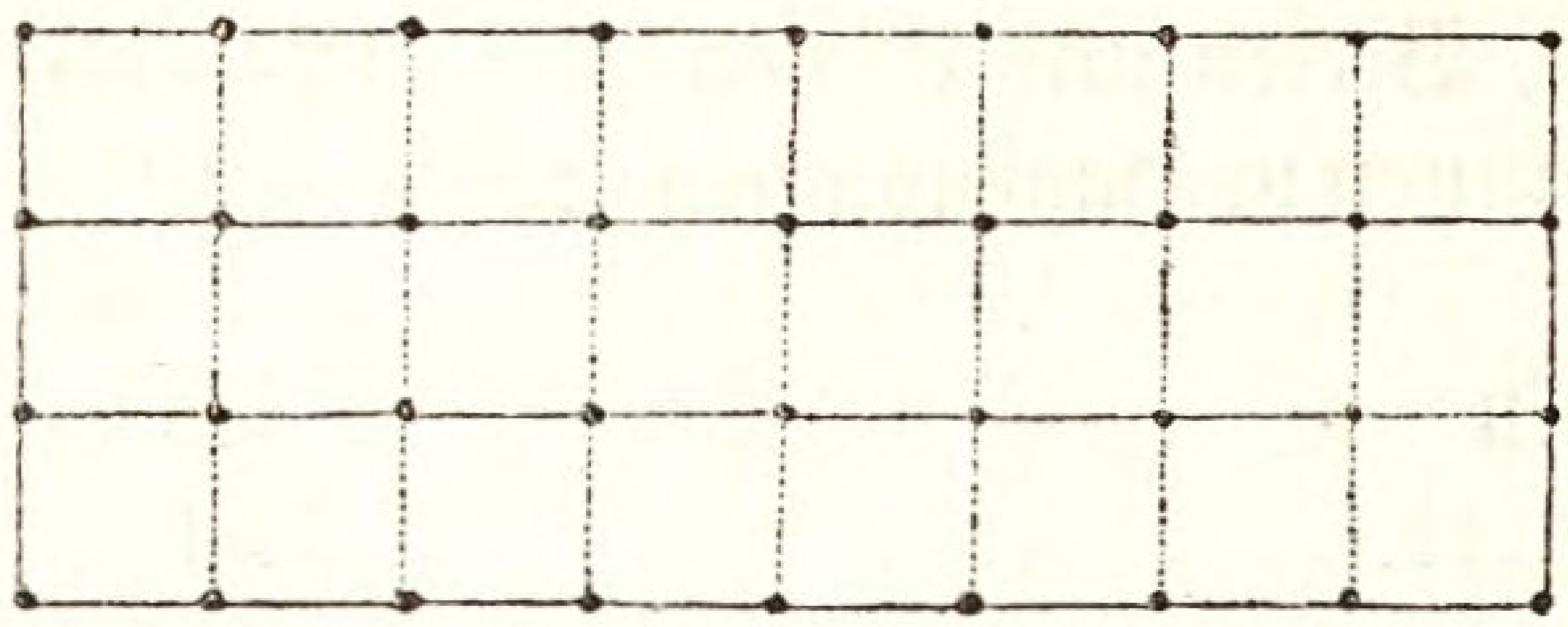
Fig. 27.



Hier ist das gleichseitige Dreieck die Grundform. Der erste Punkt der Reihe wird abwechselnd um die Hälfte der Pflanzenentfernung vor und zurück gesetzt. Zwei in einer Reihe befindliche, verkehrt an einander gelehnte, gleiche und gleichseitige Dreiecke, wie a und b, bilden eine Raute. Wenn man das rechtwinklige Dreieck am Anfange der Reihe in Gedanken an das Ende versetzt, so wird dadurch auch eine Raute vervollständiget.

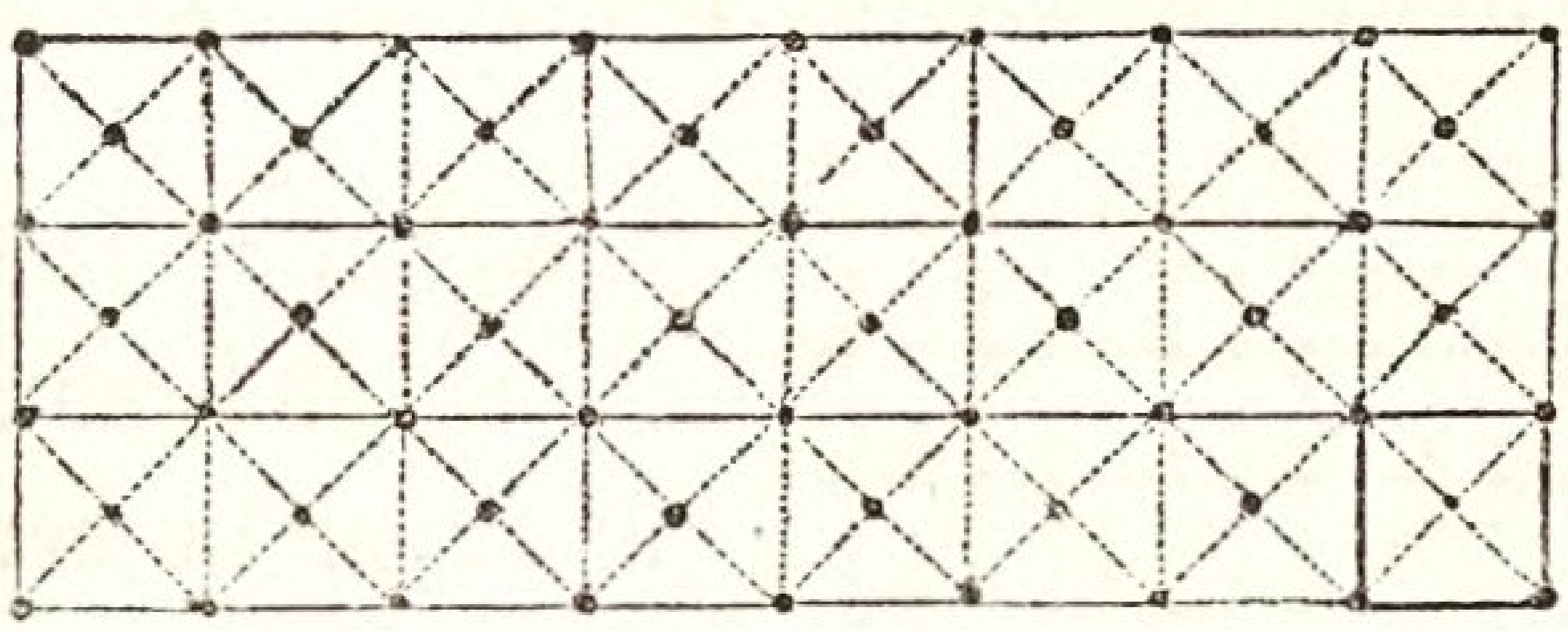
c) Vierpflanzung. Ihre Grundform ist das Quadrat. Figur 28.

Fig. 28.



d) Fünfpflanzung. Pflanzung im Verband, Quincunx. Die Form ist der vorigen gleich, nur daß in die Mitte eines jeden Quadrates noch ein Setzling kommt, wie Figur 29. ersehen läßt.

Fig. 29.



§. 73.

Berechnung der Pflanzenzahl.

a) Reihenpflanzung. Durch diese Pflanzungsform wird die ganze Fläche in lauter kleine Rechtecke abgetheilt. So viele kleine Rechtecke nun sind, so viele Setzlinge können gesteckt werden, wie aus der Figur 26. zu entnehmen ist. Hiezu kommen noch die Pflanzen, die an das Ende der Fläche nach ihrer Länge und Breite gesetzt werden können.

Beispiel.

Eine Fläche sei 120 Meter lang und 30 Meter breit; wie viel können auf diese Fläche Pflänzchen gesetzt werden, wenn dieselben in der Reihe 1,20 Meter und die Reihen selbst 1,50 Meter von einander entfernt sein sollen?

Auflösung.

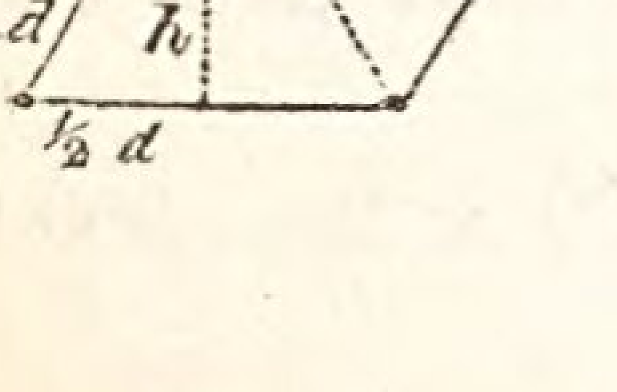
Die kleinen Rechtecke haben je 1,20 × 1,50 = 1,80 □ Meter. Die anzupflanzende Fläche hat 3600 □ Meter, daher treffen auf sie unter den gegebenen Voraussetzungen $\frac{3600}{1,80} = 2000$ Rechtecke; so viele Rechtecke, eben so viele Setzlinge. Ferner, wenn die Reihen mit der langen Seite parallel laufen, so bekommen wir im gegebenen Fall $\frac{30}{1,50} = 20$ Reihen (ohne Einrechnung der Endreihe), und jede Reihe schließt mit einem Pflänzchen. Die End- oder Grenzreihe hat $\frac{120}{1,20} =$ 100 Pflänzchen + 1. Die Fläche wird hiernach 2000 + 20 + 101 = 2121 Setzlinge bekommen.

Bemerkung. Handelt es sich um große Anpflanzungen, so werden die etlichen Pflanzen am Ende der Fläche nicht berücksichtiget, und man bestimmt die Anzahl der Setzlinge einfach dadurch, daß man mit dem Flächeninhalt des kleinen Rechteckes in die große Fläche dividirt, wie oben z. B. mit 1,80 in 3600. Das Nämliche findet bei den folgenden Formen statt.

b) Dreipflanzung. Auch hier gilt der ähnliche Grundsatz wie bei der Reihenpflanzung und wie aus Figur 27. hervorgeht: So viele Rauten, so viele Setzlinge. Man suche daher den Flächeninhalt einer solchen Raute, und theile mit der Zahl, die diesen Flächeninhalt ausdrückt, in den Flächeninhalt des anzupflanzenden Grundstückes. Man findet aber den Flächeninhalt der Raute, wenn man die Pflanzendistanz zum Quadrat erhebt und letzteres mit dem Dezimalbruch 0,866 multiplizirt.*)

*) Den Flächeninhalt einer Raute findet man bekanntlich, wenn man die Grundlinie mit der Höhe multiplizirt. Bei dieser Art von Rauten fällt ein Perpendikel, das man vom linken oberen Eck auf die Grundlinie herabzieht, auf die Mitte der Grundlinie. Auf diese Weise bildet sich ein rechtwinkliges Dreieck, dessen Hypothenuse die ganze Pflanzendistanz und dessen Grundlinie die halbe Planzendistanz ist. Siehe Figur 30.

Fig. 30.



Nach dem Pythagoräischen Satze ist $d^2 = h^2 + \frac{1}{4} d^2$, also $h^2 = d^2 - \frac{1}{4} d^2 = \frac{3}{4} d^2$; folglich $h = d \sqrt{\frac{3}{4}}$. Der Flächeninhalt ist $d \times h$, wenn d die Grundlinie und h die Höhe bedeutet, demnach $f = d \times d \sqrt{\frac{3}{4}} = d^2 \sqrt{\frac{3}{4}} = d^2 \cdot 0,866$.

Beispiel.

Ein Rechteck, 180 Meter lang und 120 Meter breit, soll nach der Regel der Dreipflanzung mit Pflänzchen, die 1,20 Meter von einander stehen, besetzt werden. Wie viel braucht man hiezu Setzlinge?

Auflösung.

Die Anpflanzungsfläche hat 180 × 120 = 21600 □Meter. Die Pflanzendistanz ist 1,20 Meter, daher der Flächeninhalt der Raute $1{,}20^2 \times 0{,}866 = 1{,}24704$.

Solcher Rauten sind in der Anpflanzungsfläche enthalten 21600 : 1,24704 = 17321, und so viele Setzlinge braucht man auch.

Um die Rechnung abzukürzen, werden gemäß der obigen Bemerkung die verhältnißmäßig wenigen Pflänzchen am Ende der Anpflanzungsfläche außer Rechnung gelassen.

c) Vierpflanzung. Auch hier gilt das Gesetz, wie oben: So viele Quadrate, so viele Setzlinge.

Beispiel.

Wie viele Setzlinge braucht man bei der Vierpflanzung, wenn das zu bepflanzende Rechteck 180 Meter lang und 120 Meter breit ist, und die Pflänzchen 1,20 Meter auseinander gesetzt werden?

Auflösung.

Bei der angegebenen Pflanzendistanz hält ein kleines Quadrat 1,20 × 1,20 = 1,44 □Meter. Der zu bepflanzende Flächenraum ist = 21600 □Meter, worin 15000 solche kleine Quadrate enthalten sind. Eben so viele Pflänzchen können unter den angenommenen Bedingungen auf diese Fläche versetzt werden.

d) Fünfpflanzung. Bei dieser Form hat jedes Quadrat 2 Setzlinge, einen am linken oberen Eck und einen in der Mitte des Quadrates. Man findet also die Anzahl der Setzlinge, wenn man die Zahl der Quadrate mit 2 vermehrt.

Beispiele.

1) Wie viele Setzlinge braucht man nach den Bedingungen des vorigen Beispiels, wenn man in die Mitte eines jeden Quadrates noch ein Pflänzchen steckt?

Antw. Noch einmal so viel, also 15000 × 2 = 30000

2) Ein Hektar soll mit Pflänzchen, die im Quadrat 1,25 Meter aus einander zu stehen kommen, im Verband versetzt werden; wie viele Pflänzchen braucht man?

Auflösung.

Jedes Quadrat hat 1,25 × 1,25 = 1,5625 □Meter.

Im ganzen Hektar sind solche Quadrate $\frac{10000}{1,5625} = 6400$.

Da in jedes Quadrat noch ein Pflänzchen kommt, so erhalten wir 6400 × 2 = 12800.

3) Wie viele Pflanzen hat ein im Quincunx angepflanztes Hektar, wenn die Pflanzen an den 4 Ecken 0,50 Meter auseinander sind? Antw. 80000.

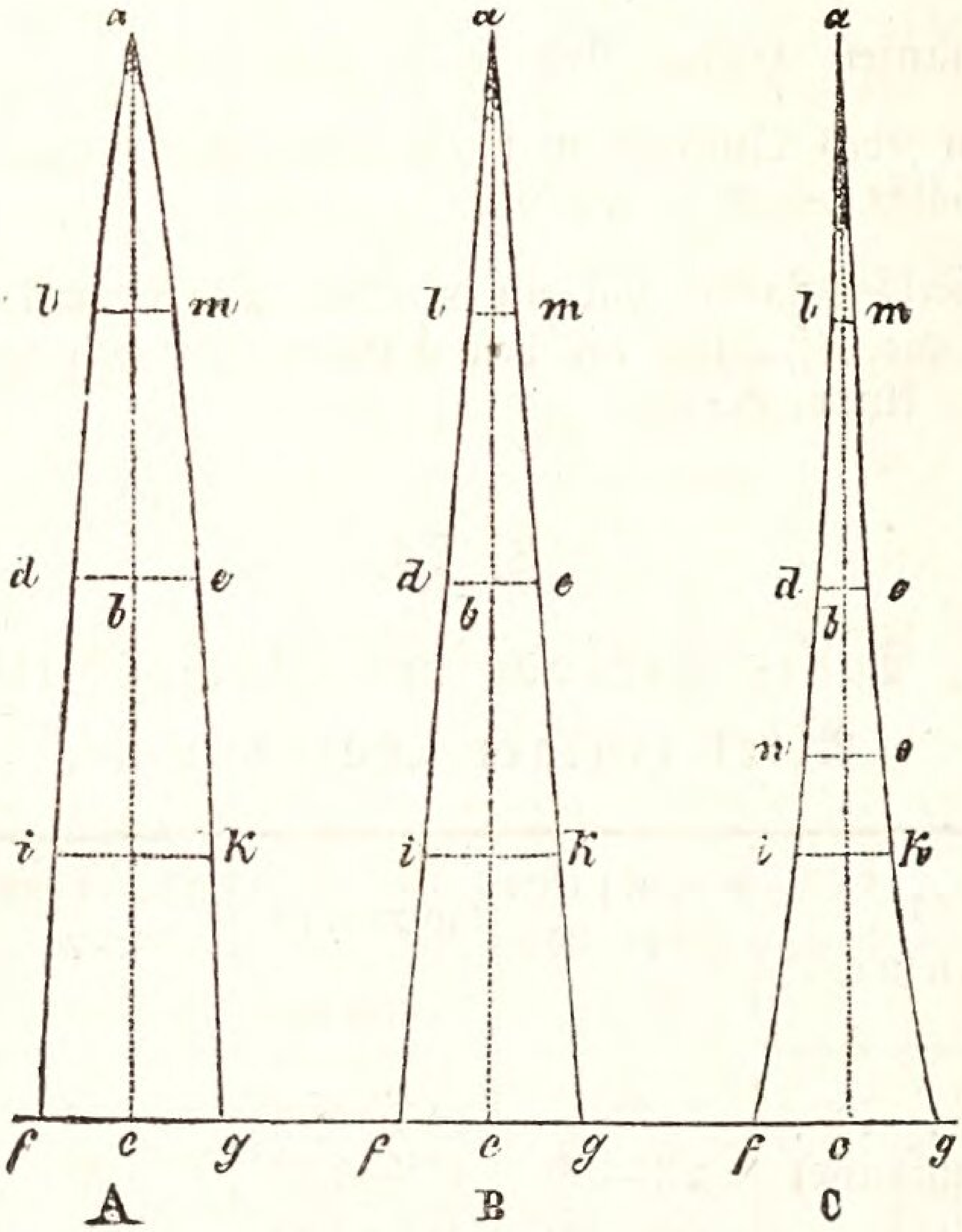
§. 74.

Höhe, Dicke, Periode des Wachsthums und Alter einiger Waldbäume.

Namen der Bäume.	erreicht eine Höhe von Meter	wird dick Centimeter	wächst bis zum Jahr	wird alt Jahre
Weißtanne . . .	35	115–230	60	200
Fichte (Rothtanne)	23—35	60—120	100	200
Föhre (Kiefer) . .	23–35	60—150	100	300
Lerche	23—30	88—120	70	200
Steineiche . . .	17 21	150—205	200	400
Rothbuche . . .	30	60—90	80–140	300
Birke	8—24	60	50	60—80
Ulmen	23—30	60—90	80	200
Waldahorn . . .	18	60	80	200
Eschen	23—30	60	80	200
Erlen	17–24	40—60	50	100

§. 75.
Kubirung oder Bestimmung des körperlichen Inhaltes der Waldbäume.

Fig. 31.



Die in Figur 31. dargestellten drei Kegel, von denen man bei Kubirung der Waldstämme einige Kenntniß haben muß, sind nach **Namen** und **Wesen** von einander unterschieden. A heißt Parabel-Kegel oder parabolischer Kegel; B ist der geradseitige Kegel, Kegel schlechthin genannt; C ist der Neil'sche Kegel — das Neiloid. Jeder dieser drei Kegel hat ein anderes Bildungs- bezw. Kubirungs-Gesetz.

Bildungsgesetz. Bei A lautet es: Die Grundflächen verhalten sich, wie die ersten Potenzen der dazu gehörigen Höhen; bei B: die Grundflächen verhalten sich, wie die zweiten Potenzen der entsprechenden Höhen; bei C: die Grundflächen verhalten sich, wie die dritten Potenzen der dazu gehörigen Höhen. f g bedeute (obwohl es hier

nur als Durchmesser gezeichnet ist) eine Grundfläche (Querschnitt), a c die dazu gehörige Höhe (Oberhöhe), d e irgend eine andere Grundfläche, und a b die entsprechende Höhe (Oberhöhe), die hier zunächst $^1/_2$ von a c sei. Darnach ergeben sich folgende Proportionen: Bei A: f g : d e = a c : a b; bei B: f g : d e = $(a\,c)^2 : (a\,b)^2$; bei C: f g : d e = $(a\,c)^3 : (a\,b)^3$. Nach diesem Gesetze kann man für jede Höhe (von der Spitze an gerechnet) den Querschnitt, und für jeden Querschnitt die Höhe berechnen. — Daß man aus dem Querschnitt den Durchmesser bestimmen kann, ist ohnehin aus dem dritten Kapitel bekannt.

Beispiel.

Wenn der unterste Durchmesser f g = 1 gesetzt wird, wie groß ist der mittlere Durchmesser d e beim Parabel-Kegel, beim geradseitigen Kegel, beim Neiloid?

Auflösung.

a) Nach dem oben angegebenen Gesetz ist beim Parabel-Kegel G : g = 1 : $^1/_2$; beim geradseitigen Kegel G : g = 1 : $^1/_4$; beim Neiloid G : g = 1 : $^1/_8$.

b) Nun ist aber $G = \frac{1^2}{4} \times \pi$ und $g = \frac{m^2}{4} \times \pi$, wenn m den Durchmesser der Mitte bezeichnet. Setzt man diese Werthe in die obigen Proportionen und verwandelt sie nach gehöriger Verkleinerung in Gleichungen, so bekommt man:

a. beim Parabel-Kegel: $m^2 = {}^1/_2$; also $m = \sqrt{^1/_2} = \sqrt{0{,}5} = \sqrt{0{,}50} = 0{,}70\ ..;$

b. beim gemeinen Kegel: $m^2 = {}^1/_4$; also $m = \sqrt{^1/_4} = \sqrt{0{,}25} = 0{,}5;$

c. beim Neiloid: $m^2 = {}^1/_8$; also $m = \sqrt{^1/_8} = \sqrt{0{,}125} = \sqrt{0{,}1250} = 0{,}35\ ..$

Der Durchmesser der Mitte (mittlere Durchmesser) ist hiernach beim Parabel-Kegel $\frac{7}{10}$, beim gemeinen $\frac{1}{2}$, beim Neiloid $\frac{35}{100}$ vom Grund-Durchmesser.

Anmerkung. Durch diesen Satz hat man ein Mittel zu beurtheilen, ob eine Kegelform als parabolischer, gemeiner oder Neil'scher Kegel behandelt werden müsse. Hat man z. B. einen Baum vor sich und findet durch genaue Messung, daß der Durchmesser in der Mitte $\frac{7}{10}$ vom Grund-Durchmesser ist, so ist der Stamm ein Parabel-Kegel u. s. w.

Kubirungsgesetz der genannten drei Kegelformen.

Beim Parabel-Kegel ist der Kubikinhalt $= \frac{G \times H}{2}$ oder $\frac{G}{2} \times H$ oder $G \times \frac{H}{2}$.

Beim geradseitigen Kegel ist der Kubikinhalt $= \frac{G \times H}{3}$ oder $\frac{G}{3} \times H$ oder $G \times \frac{H}{3}$.

Beim Neiloid ist der Kubikinhalt $= \frac{G \times H}{4}$ oder $\frac{G}{4} \times H$ oder $G \times \frac{H}{4}$.

(G bedeutet die unterste Grundfläche. H die ganze Höhe.)

Anmerkung. Beim parabolischen Kegel, der für unsere Zwecke der merkwürdigste ist, braucht man zur Berechnung des Kubikinhaltes nicht nothwendig die unterste Grundfläche mit 2 zu theilen und mit der ganzen Höhe zu multiplizieren, sondern man kann auch, was meistens kürzer ist, den Durchmesser der Mitte unmittelbar messen, hieraus die mittlere Grundfläche berechnen und dann letztere mit der ganzen Höhe multiplizieren.

Dasselbe gilt vom parabolischen Kegelstumpf. Man findet allerdings den Kubikinhalt des parabolischen Kegelstumpfs f d e g, wenn man seine oberste und unterste Grundfläche d e und f g summirt, die Summe mit 2 theilt und den erhaltenen Quotienten mit der Höhe des Stumpfes b c multiplizirt; allein man kann auch kürzer verfahren: man mißt den zwischen d e und f g in der Mitte befindlichen Durchmesser i k unmittelbar, berechnet hieraus die Grundfläche und multiplizirt dieselbe mit der Höhe des Stumpfes b e.

Diese Kegelform hat also sowohl für den ganzen, als auch für den abgekürzten Kegel folgendes höchst einfache Kubirungsgesetz: Multiplizire die mittlere Grundfläche mit der Höhe; ein Verfahren, das man nicht unpassend „Mittenwalz-Methode" nennen kann.

Der Grund hievon liegt darin, daß man zur Berechnung des Kubikinhaltes beim parabolischen Kegel die Hälfte seiner untersten Grundfläche braucht, und die Grundfläche in der Mitte des Kegels genau der Hälfte der untersten Grundfläche gleich ist. Dasselbe ist der Fall beim parabolischen Kegelstumpf. Die Grundfläche der Mitte ist gleich der halben Summe der obersten und untersten Grundfläche. — Das ist aber keineswegs beim geradseitigen und Neil'schen Kegel der Fall. Denn zur Kubikinhalts-Berechnung braucht man beim geradseitigen Kegel 1/3 der untersten Grundfläche, während dessen Mitten-Grundfläche in der That nur 1/4 der untersten Grundfläche ist, und beim Neil'schen Kegel braucht man zum nämlichen Zweck 1/4 G, während die Mittel-Grundfläche nur 1/8 G ist.

Beispiele.

1) Beim parabolischen Kegel A sei der mittlere Durchmesser d e = 7 Millimeter und die Höhe a c = 60 Millimeter; wie viele Kubikmillimeter hat dieser Kegel?

Auflösung.

Die Formel für die Kreisfläche heißt $r^2 \pi$; folglich ist der mittlere Querdurchschnitt dieses Kegels $= \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times \pi$.

Dieses Produkt mit der Höhe multiplizirt, gibt:

$$\frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times 3{,}1416 \times 60 = 2309$$ Kubik-Millimeter.

2) Wie viel Kubikschuh hat der parabolische Kegelstumpf f d e g, wenn der mittlere Durchmesser i k 2,70 Meter, und die Höhe b c 8,75 Meter mißt?

Antw. 50,1 Kubik-Meter.

§. 76.

Form der Waldstämme.

Die Baumstämme des Waldes sind wohl im Allgemeinen kegelförmige Körper, aber selten geradseitige Kegel, wie Figur B. Die geradseitige, oder wie die Forstleute sich ausdrücken, die abholzige Form kommt hauptsächlich bei jungen Stämmen, bei welchen der Höhenwuchs vorherrscht, und allenfalls bei den im Freien erwachsenen älteren Stämmen vor. Dagegen haben die im Walde bei mäßigem Schlusse aufgewachsenen Bäume, welche ihren Saft nicht in die Aeste verschwenden konnten, sondern gezwungen waren, denselben auf die Ausbildung des Stammes zu verwenden, die mehr ausgebauchte Form des Parabel-Kegels, wie Fig. A. Die Forstleute nennen solche Stämme vollholzig. Zuweilen kommt auch die hohlseitige Form vor, wie Fig C.

§. 77.

Kubirung der liegenden Stämme.

Aus dem Vorhergenden ist klar, daß bei den meisten Waldstämmen nicht das Kubirungsgesetz des geradseitigen Kegels, sondern das des parabolischen Kegels

angewendet werden muß. Gemäß diesem Kubirungsgesetz wird die mittlere Grundfläche (Mitten-Grundfläche) mit der Höhe multiplizirt. (Mittenwalz-Methode.)

Das Sicherste und Einfachste ist, zur Berechnung der Mitten-Grundfläche den mittleren Durchmesser (Mitten-Durchmesser) unmittelbar zu messen.*)

Der Durchmesser wird durch einen Baumzirkel, oder eine Kluppe, oder durch ein eigens eingetheiltes**) Meßband, welches den Durchmesser unmittelbar angibt, gemessen. Man kann auch den Umfang messen und aus demselben unmittelbar die Kreisfläche berechnen.

Bei Abnahme dieser Maße ist große Genauigkeit nothwendig, weil, wie bewiesen werden kann, eine fehlerhafte Bestimmung des Durchmessers wenigstens einen doppelt so großen Fehler in Bestimmung des Kubikinhaltes erzeugt. Ist z. B. der Durchmesser um $\frac{1}{20}$ seiner Länge fehlerhaft, so wird der Kubikinhalt sicher um $\frac{1}{10}$ seiner ganzen Größe fehlerhaft.

Zur Kubirung der Stämme nach der Mittenwalz-Methode dienen nachstehende zwei Formeln:

$$1)\ C = r^2\ h\ .\ \pi,\ \text{und}\ 2)\ C = \frac{d^2}{4}\ .\ h\ .\ \pi,$$

*) Es ist nicht rathsam, den Mitten-Durchmesser dadurch finden zu wollen, daß man die End-Durchmesser summirt, die Summe mit 2 theilt und die erhaltene Zahl als Mitten-Durchmesser betrachtet. Das Rechnungsresultat würde mehr oder weniger unrichtig. Dies ginge nur bei geradseitigen Kegeln, bei welchen wirklich der Mitten-Durchmesser, d. h. der Durchmesser in der halben Höhe, die Hälfte der Summe der End-Durchmesser ist. Bei den parabolischen Kegeln, denen sich die meisten Bäume, resp. Stämme, nähern, ist der Mitten-Durchmesser mehr als die Hälfte der Summe der End-Durchmesser, wie wir oben sahen. (Ich sage „der End-Durchmesser," weil auch der ganze Kegel 2 End-Durchmesser hat, nur daß der oberste = 0 ist.)

**) Diese Eintheilung gründet sich darauf, daß der Kreisumfang 3,14.. mal größer ist, als der Durchmesser, wornach z. B. eine Länge von 3,14 Centimeter einem Durchmesser von 1 Centimeter entspricht 2c.

wobei r der mittlere Halbmesser, d der mittlere Durchmesser, h die Höhe oder Länge des zu berechnenden Stammes oder Stückes, π die Ludolphische Zahl = 3,1416, ist; setzt man letztere als durchaus bekannt ein, so erhält man:

1) $C = r^2 . h . 3,1416$, und $C = d^2 . h . 0,7854$.

Das heißt nun: Man findet den Kubikinhalt eines Stammes: 1) wenn man den quadrirten mittleren Halbmesser mit der Länge des Stammes und dieses Produkt mit dem Dezimalbruch 3,1416 multiplizirt; 2) wenn man den quadrirten mittleren Durchmesser mit der Länge des Stammes und dieses Produkt mit dem Dezimalbruch 0,7854 multiplizirt.

Will man den Kubikinhalt eines Stammes genau bestimmen, so ist es nicht rathsam, sich mit der Messung eines einzigen Durchmessers zu begnügen, sondern man muß den Stamm, namentlich den unentwipfelten, wirklich oder in Gedanken in mehrere — gleiche oder ungleiche — Theile (Sectionen) abtheilen und jeden Theil eigens berechnen, wobei dann selbstverständlich h in den voraufgeführten Formeln die Länge eines solchen Theiles ist. Hiedurch gleichen sich die Messungsfehler aus, und etwaigen Abweichungen des Stammes von der Form des parabolischen Kegels wird mehr Rechnung getragen. Daher dient zu genauen Kubirungen die Mittenwalz-Methode mit Sectionen.

Sind die Sectionen gleich lang, und will man nicht den Kubikinhalt der einzelnen Blöcke, sondern blos den des ganzen Stammes wissen, so kann man die Rechnung bedeutend abkürzen. Man summirt nämlich die Quadrate der verschiedenen Halbmesser bezw. Durchmesser, multiplizirt diese Summe mit der gemeinsamen Länge*) und dieses Produkt dann mit 3,1416 bezw. 0,7854.

*) Der Grund dieses Verfahrens liegt in der Wahrheit dieser Gleichung: $a h + b h + c h . . = (a + b + c . . .) h$. a, b, c bedeuten die Quadrate der verschiedenen Halbmesser bezw. Durchmesser, h die gemeinsame Länge resp. Höhe.

§. 78.

Zur schnelleren Kubirung von Stämmen enthält die nachstehende Tabelle die quadrirten Zahlen von 1 bis 100, um daraus sofort die quadrirten Halb- bezw. Durchmesser entnehmen zu können.

Zahl	Quadrat	Zahl	Quadrat	Zahl	Quadrat	Zahl	Quadrat
1	1	26	676	51	2601	76	5776
2	4	27	729	52	2704	77	5929
3	9	28	784	53	2809	78	6084
4	16	29	841	54	2916	79	6241
5	25	30	900	55	3025	80	6400
6	36	31	961	56	3136	81	6561
7	49	32	1024	57	3249	82	6724
8	64	33	1089	58	3364	83	6889
9	81	34	1156	59	3481	84	7056
10	100	35	1225	60	3600	85	7225
11	121	36	1296	61	3721	86	7396
12	144	37	1369	62	3844	87	7569
13	169	38	1444	63	3969	88	7744
14	196	39	1521	64	4096	89	7921
15	225	40	1600	65	4225	90	8100
16	256	41	1681	66	4356	91	8281
17	289	42	1764	67	4489	92	8464
18	324	43	1849	68	4624	93	8649
19	361	44	1936	69	4761	94	8836
20	400	45	2025	70	4900	95	9025
21	441	46	2116	71	5041	96	9216
22	484	47	2209	72	5184	97	9409
23	529	48	2304	73	5329	98	9604
24	576	49	2401	74	5476	99	9801
25	625	50	2500	75	5625	100	10000

Zum Gebrauch der Tabelle.

Ist z. B. der Halb- oder der Durchmesser mit 23 Centimeter gemessen, so wird der quadrirte sein: 529. Das wären nun zunächst □Centimeter; da wir aber Alles in Metern, Quadratmetern, Kubikmetern ausdrücken, so werden wir in der Rechnung selbst setzen: 23 Centimeter = 0,23 Meter; dann ist das Quadrat: 0,0529.

Ist der Halbmesser mit 5 Centimeter gemessen, so haben wir als quadrirten 25 Quadratcentimeter, oder da 5 Centimeter = 0,05 Meter, so ist der quadrirte = 0,0025 □Meter.

Ist ein Halbmesser oder Durchmesser über 100 gegeben, so findet man den quadrirten im Hinblick auf das Quadrirungsgesetz einer zweitheiligen Größe (§. 9) aus der vorstehenden Tabelle ebenfalls ganz leicht.

Es habe z. B. der Durchmesser 114 Centimeter, so ist $114 = 100 + 14$ und $114^2 = (100 + 14)^2 = 100^2 + 2 . 100 . 14 + 14^2 = 10000 + 2800 + 196 = 12996$ □ Centimeter, oder wenn 1,14 Meter: = 1,2996 □ Meter.

Durchmesser = 142 Centimeter, gibt: $(100 + 42)^2 = 10000 + 8400 + 1764 = 20164$ □ Centimeter als quadrirten Durchmesser. Oder wenn 1,42 Meter: = 2,0164 □ Meter.

Beispiele.

1) Wie groß ist der Kubikinhalt eines Blockes von 4,70 Meter Länge und 35 Centimeter mittlerem Durchmesser?

Antw. 0,35 . 0,35 . 4,70 . 0,7854 = 0,1225 . 4,70 . 0,7854 = 0,452 Kubikmeter.

2) Ein entwipfelter 27 Meter langer Stamm hatte bei $13^1/_2$ Meter Länge einen Durchmesser von 28 Centimeter. Auf wie viel Kubikmeter berechnet sich dieser Stamm?

Antw. Das Quadrat von 28 ist 784; folglich: 0,0784 . 27 . 0,7854 = 1,663 Kubikmeter.

3) Dieser Stamm wurde in 9 gleiche Sectionen à 3 Meter lang getheilt, und von jeder Section der mittlere Durchmesser genau gemessen. Dieselben waren:

bei	$1^1/_2$	Meter	Länge	36	Centimeter,
"	$4^1/_2$	"	"	35	"
"	$7^1/_2$	"	"	33	"
"	$10^1/_2$	"	"	31	"
"	$13^1/_2$	"	"	28	"
"	$16^1/_2$	"	"	25	"
"	$19^1/_2$	"	"	22	"
"	$22^1/_2$	"	"	19	"
"	$25^1/_2$	"	"	15	"

Wie groß war der Kubikinhalt dieses Stammes?

Auflösung.

Man erhebe die verschiedenen Durchmesser in's Quadrat, summire die Quadrate, multiplizire die Summe mit der gemeinsamen Länge 3 und dann noch mit 0,7854. Das Resultat ist der Kubikinhalt des ganzen Stammes.

Es ist $36^2 = 1296$.
$35^2 = 1225$
$33^2 = 1089$
$31^2 = 961$
$28^2 = 784$
$25^2 = 625$
$22^2 = 484$
$19^2 = 361$
$15^2 = 225$

Summa 7050 = 0,7050 □Meter.

Mithin: 0,7050 . 3 . 0,7854 = 1,661 Kubikmeter.

Anmerkung. In den beiden Beispielen 2. und 3. ist nach derselben Methode gerechnet, nur daß im Beispiele 3. der ganze Stamm in 9 Sectionen eingetheilt war. Der Rechnungsunterschied ist unbedeutend, woraus man mit Recht schließt, daß der Stamm ein sehr regelmäßiger Parabel-Kegel gewesen sein muß.

4) Wie viele Kubikmeter hat der vollholzige Stamm eines Baumes, dessen Durchmesser in der Mitte 21 Centimeter, und dessen Höhe 18 Meter beträgt?

Antw. 0.21^2 . 18 . 0,7854 = 0,623 Kubikmeter.

5) Es wurde ein Fichtenstamm von 18 Meter gefällt, und am Grunde und von $1^1/_2$ zu $1^1/_2$ Meter nach Centimetern gemessen. Man fand folgende Durchmesser: 23; 19,5; 18,5; 17; 16,5; 15; 14; 13; 11; 10; 8,5; 7.

Man berechne den Inhalt des ganzen Stammes, und der drei Sectionen von der Grundfläche bis 6 Meter Höhe, von 6—12 Meter und von 12—18 Meter.

Auflösung.

a) Als mittlerer Durchmesser für den ganzen Stamm wird sich ergeben 14, 4 Centimeter; demnach der Kubikinhalt:

$0{,}144^2$. 18 . 0,7854 = 0,020736 . 18 . 0,7854 = 0,293 Kubikmeter.

b) Für die Sectionen ergeben sich als mittlere Durchmesser: von 0—6 Meter: 18,9; von 6—12: 13,9, und von 12—18 8,2, daher:

Stück: 0—6 Meter = $0{,}189^2$. 6 . 0,7854 = 0,168 Kubikmeter,
„ 6—12 „ = $0{,}139^2$. 6 . 0,7854 = 0,091 „
„ 12—18 „ = $0{,}082^2$. 6 . 0,7854 = 0,032 „

Summe 0,291 Kubikmeter.

Die Differenz mit dem obigen Resultat ist sohin wieder unbedeutend.

§. 79.

Kubirung stehender Baumstämme.

Die Kubikinhalts-Bestimmung der Baumstämme gründet sich auf die Walzen-Kubirung. Letztere hat zwei Faktoren: Grundfläche und Höhe. Kegelförmige Körper können nur dadurch als Walzen berechnet werden, daß entweder die Grundfläche oder die Höhe entsprechend verkleinert wird. Im Vorhergehenden wurde die Grundfläche verkleinert, indem sie nicht am Ende, sondern in der Mitte des Stammes genommen und mit der ganzen Höhe multiplizirt wurde. Allein man kann gerade so gut die End-Grundfläche unverändert lassen und dagegen die Höhe entsprechend verkleinern. Wie schon im obigen Kubirungsgesetze allgemein angedeutet ist, muß man beim Parabel-Kegel die Hälfte, beim gemeinen Kegel ein Drittel, beim Neiloid ein Viertel der Höhe nehmen und mit der unveränderten End-Grundfläche multipliziren.

Diese Reduktion der Höhe kann selbstverständlich bei liegenden und stehenden Stämmen in gleicher Weise angewendet werden, hat indeß ihren Hauptnutzen bei stehenden Stämmen. Das Verfahren ist folgendes:

a) Man sucht nach dem Augenmaß, d. h. durch Schätzen, an stehenden Bäumen jenen Punkt zu ermitteln, wo der Durchmesser kleiner zu werden beginnt als die Hälfte des End-Durchmessers.

Man kann diesen Punkt passend Richtpunkt nennen. Sowohl der Grund-Durchmesser, als der Durchmesser in der Höhe des Richtpunktes werden als ganze Linien geschätzt, nicht nach Centimetern. — Wo ist nun dieser Punkt?

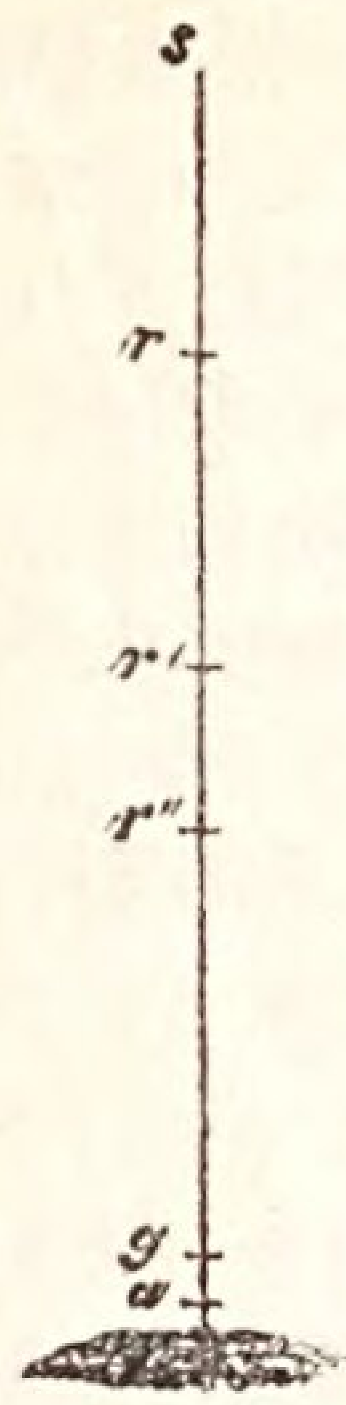
Halbirt man die drei Kegel (Fig. 31) in der Mitte, so heißt man den Halbirungspunkt die Hauptmitte; halbirt man die obere Hälfte wieder, so heißt dieser Punkt die Obermitte; halbirt man endlich die untere Hälfte, so nennt man diesen Punkt die Untermitte. Wir haben also: Unter-

mitte = $^1/_4$ Kegelhöhe, Hauptmitte = $^1/_2$ Kegelhöhe, Obermitte = $^3/_4$ Kegelhöhe. Der zu suchende Richtpunkt nun ist beim Parabel-Kegel genau in der Obermitte, beim geradseitigen Kegel genau in der Hauptmitte, beim Neiloid etwas über dem Drittel der Kegelhöhe, genau in 0,37 Höhe, wie man nach dem oben angegebenen Bildungsgesetz mathematisch berechnen kann. Beim Parabel-Kegel A ist der halbe Grund-Durchmesser in l m, beim gemeinen Kegel B in d e, beim Neiloid C in n o.

Man weiß also, wohin man beim Aufsuchen des Richtpunkts der drei Kegelformen die Augen zu richten hat. — Im Allgemeinen fällt bei Waldbäumen der Richtpunkt zwischen die Hauptmitte und die Obermitte, meistens gegen die Obermitte hin, weil die Waldbäume größtentheils der parabolischen Kegelform sich nähern.

b) Bei Bestimmung des Richtpunktes eines Baumes geht man von einem am Fuße des letzteren beliebig gewählten Durchmesser, den wir End- oder Grund-Durchmesser nennen wollen, aus und wobei man nur darauf zu sehen hat, daß dieser End-Durchmesser da gewählt wird, wo der Baum eine regelmäßige Form angenommen hat. Der Punkt, wo man den Baum umzuhauen oder umzusägen gedenkt, heißt Abhiebspunkt. Da aber letzterer gewöhnlich in jenen Theil des Baumes fällt, welcher wegen des Wurzelanlaufes eine etwas unregelmäßige Form hat, so wählt man den End-Durchmesser etwa 1 Meter oberhalb dem Abhiebspunkte. Dieser End-Durchmesser wird in Gedanken halbirt und nun gesucht, wo der Stamm die Dicke dieses halben Durchmessers hat. Daselbst ist auch des Baumes Richtpunkt. Seine Entfernung vom End-Durchmesser wird geschätzt oder gemessen, und heißt die Richtpunkts-Höhe.

Fig. 32.



Die nebenstehende Figur sei ein Waldbaum. a ist der Abhiebspunkt; g der Punkt, wo der Grund- oder End-Durchmesser genommen wird; r der Richtpunkt für die parobolische, r' für die geradseitige Kegelform, r'' für das Neiloid oder die hohlseitige Kegelform. Der Richtpunkt ist von g aus, nicht vom Boden an gerechnet, d. h. in r, r', r'' ist der Stamm, je nach seiner Form, halb so dick, als er in g ist. Die Entfernungen r g, r' g und r'' g sind Richtpunkts-Höhen: r g für den parabolischen, r' g für den gemeinen, r'' g für den Neil'schen Kegel. Man sieht, daß die Richtpunkts-Höhe eine veränderliche Größe ist und von der Gestalt des Kegels, resp. Baumstammes, abhängt.

c) Die Richtpunkts-Höhe ist eine bedeutende Verkleinerung der Kegelhöhe, beziehungsweise der Baumeshöhe (von s bis g gerechnet), indeß für den Zweck der Kubikinhalts-Berechnung noch nicht entsprechend. Wenn man aber die Richtpunktshöhe mit $^2/_3$ multiplizirt und dadurch wieder verkleinert, so wird die Kegelhöhe, resp. Baumeshöhe, gerade so verkleinert, wie sie für jede der Kegelformen zu seiner Kubikinhalts-Berechnung verkleinert sein muß. Denn beim parabolischen Kegel ist die Richtpunkts-Höhe $^3/_4$ der ganzen Kegelhöhe. Multiplizirt man $^3/_4$ mit $^2/_3$, so erhält man $^3/_4 \times {}^2/_3 = {}^1/_2$; beim gemeinen Kegel ist die Richtpunktshöhe $^1/_2$ der Kegelhöhe; multiplizirt man $^1/_2$ mit $^2/_3$, so ist das Resultat $^1/_2 \times {}^2/_3 = {}^1/_3$; beim Neiloid ist die Richtpunktshöhe 0,37 der ganzen Kegelhöhe, multiplizire ich daher 0,37 mit $^2/_3$, so entsteht das Produkt $0{,}37 \times {}^2/_3 = 0{,}247$, d. h. beinahe $0{,}25 = {}^1/_4$. Gerade aber eine solche Verkleinerung verlangt das oben angegebene Kubirungsgesetz dieser drei Kegelformen.

Die durch diese letztere Reduktion erhaltene Zahl heißt mit Recht Walzenhöhe; denn es ist einleuchtend, daß man, wenn wie bei Kubirung der Walzen die Grundfläche bezüglich mit $^1/_2$ H, $^1/_3$ H, $^1/_4$ H multiplizirt wird, den Kubikinhalt eines jeden der drei Kegel bekommt. (Siehe das Kubirungsgesetz der drei Kegelformen.) Für die Abstufungen zwischen Parabel-Kegel und Neiloid muß das Nämliche gelten, was für die Grenzen und die Mitte gilt. Daher das einfache Gesetz: Multiplizirt man die End-Grundfläche einer Kegelform mit $^2/_3$ der Richtpunkts-Höhe, so erhält man mathematisch genau den Kubikinhalt dieser Kegelform, von der Spitze bis zur (beliebig angenommenen) End-Grundfläche gerechnet.

d) Bezüglich der Bäume muß noch Folgendes bemerkt werden: Durch das gezeigte Verfahren bekommt man den Kubikinhalt des Baumes blos von s bis g, d. h. von der Spitze bis zur angenommenen Grundfläche. Es bleibt noch ein kleines Stück, nämlich der Kegelstutz von der Grundfläche g bis zum Abhiebspunkt a übrig. Will man dieses Stück mit einrechnen, so muß man dasselbe als Walze besonders kubiren, d. h. die Grundfläche g mit der Höhe g a multiplizziren, und zum oben gefundenen Kubikinhalt hinzu addiren.

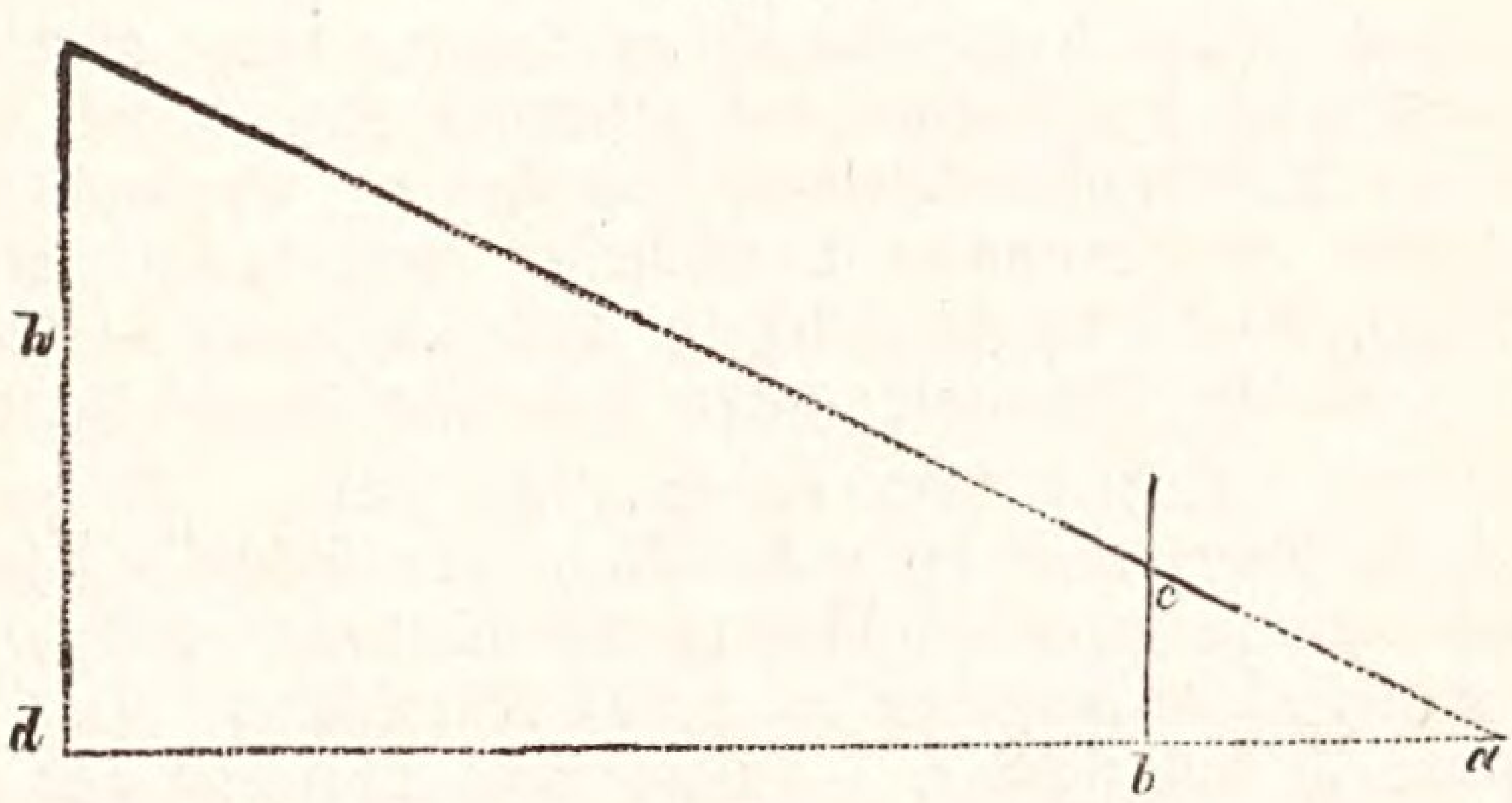
Indeß kann man zur Abkürzung des Verfahrens es auch so einrichten, daß das kleine Stück von g bis a sogleich unmittelbar in die Rechnung eingeschlossen wird. Zu diesem Zweck mißt man die Höhe von r bis a statt bis g und summirt hiezu noch die halbe Höhe des Stutzes. Wir wollen die Zahl r a + $^1/_2$ g a die ergänzte Richtpunkts-Höhe oder mit einem Worte Richthöhe nennen, und das Wort „Richthöhe“ nur in diesem eben angedeuteten Sinne gebrauchen.

Auf Grund der im Vorhergehenden erörterten Begriffe kann man nun die kurze Regel aufstellen:

Um den Kubikinhalt eines stehenden Baumstammes vom Abhiebspunkte bis zur Spitze genau zu berechnen, multiplizire man die (angenommene) Grundfläche mit $^2/_3$ Richthöhe.

Man sieht aus dem bisher Angeführten, daß die Richtpunkts-Regel, welche von Professor Preßler angegeben wurde, allen Anforderungen entspricht. Sie ist mathemathisch genau für alle drei oben bezeichneten Kegelformen und ihre Zwischenstufen, und dabei im höchsten Grade einfach. Bei einiger Uebung kann jeder Laie mit Sicherheit auf jenen Punkt des Baumstammes hinweisen, wo derselbe halb so dick ist als unten. Aber wie hoch ist dieser Punkt, in Metern ausgedrückt, am Baume gelegen? Das wird ein tüchtiger Distanzen-Schätzer nicht schwer ermitteln. Nöthigenfalls wird aber dieser Punkt geometrisch gemessen, und zwar auf folgende Weise:

Fig. 33.



Man schraube an einen Stab von 2 is $2^1/_2$ Meter ein bewegliches Absehen — Lineal, Rohr, Diopter — von 1 bis $1^1/_2$ Meter, stecke den Stab senkrecht in die Erde und visire nach dem Gegenstande, wie die Figur 33. verdeutlichet. Nun mißt man die Linien a b, b c, a d, und bildet nach dem Gesetze ähnlicher Dreiecke die Proportion a b : b c = a d : h, woraus man h, d. h. die Höhe, leicht berechnen kann.

Beispiele.

1) Ein Baum hat seinen Richtpunkt 16 Meter über dem Boden. 30 Centimeter über dem Terrain soll er abgesägt werden, und 1 Meter oberhalb der Absäge-Fläche wird der Grund-Durchmesser abgenommen. Letzterer ist 35 Centimeter. Wie viele Kubikmeter hat dieser Baumstamm?

Auflösung.

Die Richthöhe ist die Entfernung des Richtpunktes über der Abhiebsfläche + halbe Kegelstutz-Höhe. Bezeichnen wir die Richthöhe mit R, so haben wir R = 16 — 0,30 + 0,50 = 16,20 Meter. $^2/_3$ R = Walzenhöhe ist 10,80 Meter. Auf diese Zahl wird die ganze Baumeshöhe, von der Abhiebsfläche bis zur Spitze, durch unsere Richtpunkts-Methode reduzirt. — Nach dieser Vorbereitung lautet eigentlich die Frage: Wie groß ist der Kubikinhalt einer Walze, deren Durchmesser 35 Centimeter und deren Höhe 10,80 Meter beträgt?

Antw. 35^2 . 10,80 . 0,7854 = 1,039 Kubikmeter.

2) Die Richthöhe einer Tanne sei 18 Meter, ihr Grund-Durchmesser 35 Centimeter. Welchen Kubikinhalt hat dieser Stamm?

Antw. $0{,}35^2$. 12 . 0,7854 = 1,155 Kubikmeter. (12 ist entstanden aus 18 × $^2/_3$.)

Bemerkung. Im vorhergehenden Beispiele war bei dem nämlichen Grund-Durchmesser die Richthöhe 16 Meter, in diesem ist sie 18 Meter; der Unterschied von 2 Meter in der Richthöhe ergibt also eine Differenz von 116 Kubikdecimeter (= ca. 5 Kubikfuß alten Maßes).

3) Ein Waldbesitzer hatte eine schöne Tanne, deren Kubikinhalt er zuerst nach der Formel des gemeinen Kegels und hierauf nach der Richtpunkts-Methode berechnete. Er fand in der Brusthöhe 36 Centimeter Durchmesser, und, von letzterem an gerechnet, 25 Meter Wipfel-Höhe und 18 Meter Richtpunkts-Höhe. Welche Resultate gaben beide Rechnungs-Methoden?

Antw. Kubirt man die fragliche Tanne als gemeinen Kegel, so findet man ihren Kubikinhalt = 0,848 Kubikmeter; kubirt man sie nach der Richtpunkts-Methode, so findet man den Kubikinhalt derselben = 1,221 Kubikmeter. Das letztere Resultat ist das richtige. — Man sieht übrigens aus diesem Beispiele, wie weit man in manchen Fällen fehlen würde, wenn die Bäume ohne Berücksichtigung ihrer größeren oder geringeren Vollholzigkeit blos als gemeine Kegel behandelt würden.

4) Welchen Kubikinhalt erhielte man, wenn man bei der eben bezeichneten Tanne den Richtpunkt in die Mitte der Wipfel-Höhe setzen würde?

Antw. 0,848 Kubikmeter, also ebensoviel, wie nach der Formel des geradseitigen Kegels. Und dieses Resultat muß sich auch ergeben, da ein Baum ein geradseitiger Kegel ist, wenn er den Richtpunkt in der Mitte seiner Höhe hat.

5) Welchen Kubikinhalt hat ein Stamm von 36 Centimeter Durchmesser und 15 Meter Richtpunkts-Höhe?

Antw. $36^2 . \frac{2}{3} . 15 . 0,7854 = 1,018$ Kubikmeter.

6) Man will 20 stehende Bäume an einen Holzhändler verkaufen und die Forderung so stellen, daß gegen Dareingabe des Astholzes von jedem Kubikmeter Stammholz 7 ℳ bezahlt werden. Wie ist zu verfahren?

Auflösung.

Man muß zunächst den Kubikinhalt der Stämme kennen. Diesen zu finden gehe ich folgendermaßen zu Werke:

a) Ich bezeichne die Abhiebspunkte — bei allen 30 Centimeter über dem Terrain.

b) Ich bestimme den Punkt, wo ich den Durchmesser abnehmen will — bei allen 1 Meter über dem Abhiebspunkte.

c) Hierauf messe ich möglichst genau alle Durchmesser. Sie sind in Centimetern: 29, 31, 29, 33, 34, 32, 34, 35, 35, 27, 28, 38, 37, 36, 32, 33, 29, 31, 26, 40.

d) Ist dieses geschehen, so gehe ich an die Bestimmung des Richtpunktes. Ich finde ihn bei allen so ziemlich in gleicher Höhe, im Durchschnitt $16\frac{1}{2}$ Meter über dem Terrain.

e) Allein da das Prinzip unserer Methode verlangt, daß man bei Bestimmung der Richtpunktshöhe von dem angenommenen Durchmesser*) ausgehe, und die Formel ursprünglich den Kubikinhalt nur von diesem Durchmesser, resp. dessen Grundfläche an bestimmt, ich aber den Kubikinhalt des Baumes bis zum Abhiebspunkt will, so habe ich die Richtpunktshöhe zu vervollständigen, resp. in Richthöhe nach dem angegebenen Sinne umzusetzen.

Der Richtpunkt ist 16,50 Meter über dem Terrain. 30 Centimeter wird der Stock hoch, folglich $16,50 - 0,30 = 16,20$. In dieser Zahl ist bereits die mathematische Richtpunktshöhe und die Kegelstutzhöhe enthalten. Hiezu muß ich aber noch die Hälfte der Kegelstutzhöhe summiren, d. h. $\frac{1}{2} = 0,50$. Die Richthöhe wäre hienach 16,70 Meter.

f) Es liegt mir nichts daran, den körperlichen Inhalt der einzelnen Stämme zu kennen; ich will nur den Kubikinhalt der 20 Stämme in Summa wissen, daher ich die Rechnung bedeutend abkürzen kann, indem ich die Quadrate der Durchmesser der obigen Tabelle §. 78 entnehme, summire und die Summe mit den gemeinsamen Faktoren multiplizire, wodurch ich mir eine zwanzigfache Arbeit erspare.

*) Wir können die Höhe des Richtpunktes über der angenommenen End-Grundfläche auch die „mathematische Richtpunkts-Höhe" nennen, weil sie der ganzen Methode zu Grunde liegt, während die Richthöhe gleich ist der mathematischen Richtpunktshöhe + $\frac{3}{2}$ mal Kegelstutzhöhe.

Durchmesser:	Quadrat der Durchmesser
0,29	0,0841
0,31	0,0961
0,29	0,0841
0,33	0,1089
0,34	0,1156
0,32	0,1024
0,34	0,1156
0,35	0,1225
0,35	0,1225
0,27	0,0729
0,28	0,0784
0,38	0,1444
0,37	0,1369
0,36	0,1296
0,32	0,1024
0,33	0,1089
0,29	0,0841
0,31	0,0961
0,26	0,0676
0,40	0,1600
	2,1331

Die Summe aller Quadrate ist = 2,1331.

Der Kubikinhalt dieser Baumstämme ist:

$$2,1331 \times {}^2/_3 \,.\, 16,70 \times 0,7854 = 18,652 \text{ Kubikmeter.}$$

7) Man berechne mittelst der Richtpunkts-Methode das Beispiel 5. im vorletzten §. 78. Bei diesem Stamme von 18 Meter Wipfel- oder Scheitel-Höhe fällt der Richtpunkt, wie man aus den dort angegebenen Anhaltspunkten herausfinden kann, auf 12 Meter Höhe, also 1,50 Meter unter den Richtpunkt eines vollkommenen Parabel-Kegels; in dieser Höhe ist nämlich der Durchmesser 11 Centimeter, d. h. halb so stark als am Grunde, wo er 23 Centimeter hat. Kubiren wir nun diesen Stamm nach der Richtpunkts-Methode. Der Grund-Durchmesser ist 23 Centimeter, die Richtpunktshöhe 12 Meter. Aus diesen Daten ergibt sich der Ansatz:

$$0,23^2 \,.\, {}^2/_3 \,.\, 12 \,.\, 0,7854 = 0,332.$$

Dieses Resultat weicht von dem früher gefundenen um circa 40 Kubikdezimeter (ungefähr 1 bayr. Kubikfuß) ab, ist aber ungleich genauer als das dort gefundene, wofür ein Beweis ist, daß der hier berechnete Stamm ein wirklich gefällter und gemessener war, dessen Kubikinhalt durch die sog. Wasseraichung, eine der genauesten Methoden der Kubikinhaltsbestimmung, auf 0,323 Kubikmeter festgestellt wurde. Demnach ist hier nach der Richtpunkts-Methode nur eine Differenz von 9 Kubikdecimeter (0,009 Kubikmeter).

§. 80.

Gewicht und Brennkraft einiger Holzarten.

Namen des Holzes:	Ein Kubikmeter wiegt Kilogramm: grün	lufttrocken	gedörrt	Brennkraft im Verhältniß zum Buchenholz.	Anmerkungen.
Buchenholz	1036	676	586	1	Vom grünen bis zum lufttrockenen Zustand schwinden i. Querschnitte, od. i. Kubikinhalte: harte Holzarten 9 %, mittelharte 6 %, ganz weiche 4 %. In der Längenrichtung schwindet das Holz fast gar nicht. Bei 120-jährigen Föhren ist die Brennkraft 0,9; bei 40—60-jähr. 0,6 bis 0,7.
Stieleiche	1036	856	676	0,9	
Traubeneiche	1059	878	698	0,96	
Birke	991	766	676	0,85	
Erle	856	653	450	0,6	
Weißtanne	878	721	541	0,7	
Fichte	856	653	473	0,78	
Föhre	901	721	541	0,9 oder 0,6 bis 0,7	
Lerchen	924	743	563	0.8	

§. 81.

Holzmasse eines Kubikmeters (Ster.)

Ein aufgeschichtetes Kubikmeter (Ster) Holz enthält viele leere Zwischenräume. Es fragt sich nun, wie viel wirkliche Holzmasse haben die Scheiter eines aufgebeugten Kubikmeters?

I. Lösung. Da die Scheiter wegen ihrer unregelmäßigen Gestalt nicht leicht geometrisch kubirt werden können, so kubirt man die noch ungespaltenen gleich langen Walzenstücke, spaltet sie und setzt die erhaltenen Scheiter in das Holzmaß. Wenn die vorhandenen Scheiter nicht hinreichen sollten, das Maß voll zu machen, so wird die Holzmasse des ganzen Maßes durch Proportion berechnet.

Beispiel.

Die runden Blöcke, à 1 Meter lang, hatten 1,740 Kubikmeter Holz Nachdem sie gespalten waren, füllten sie die Höhe des Rahmenmaßes von 2 Meter Breite und 1,50 Meter Höhe (d. i. 3 Kubikmeter oder 3 Steren, entsprechend der alten bayr. Klafter) bis zu 1,30 Meter aus; wie viel Kubikmeter Holz hat hiernach das volle Holzmaß bezw. das **Kubikmeter?**

Antw. Man stellt den Ansatz: Wie viele Kubikmeter Holz treffen auf 1,50 Meter Höhe, wenn auf 1,30 Meter Höhe 1,740 Kubikmeter Holz trifft? — Man erhält als Antwort 2 Kubikmeter (resp. 2,007 Kubikmeter) und daraus für 1 Kubikmeter (Ster) 0,670 Kubikmeter.

Das gleiche Resultat erhält man, wenn man mit den Flächen, hier 2,60 und 3 □Meter rechnet. Das ganze Rahmenmaß hat nämlich 3 □Meter, und bis zur Höhe von 1,30 Meter hält es 2,60 □Meter.

II. Eine andere Kubirungsmethode. Man bestimmt das Gewicht aller Scheiter, die in dem Maße enthalten sind. Hierauf wählt man ein regelmäßiges Stück vom nämlichen Holze, oder gibt ihm, wenn nothwendig, durch Beil und Säge eine regelmäßige Gestalt, wiegt dieses Probestück und bestimmt seinen Kubikinhalt. Nach der Annahme, daß beim nämlichen Holz der Kubikinhalt mit dem Gewichte (durchschnittlich) im geraden Verhältniß steht, wird der Kubikinhalt aller Scheiter als viertes Glied einer Proportion berechnet.

Beispiel.

Die Scheiter von 3 Steren wogen 40 Centner; ein regelmäßiges Probestück vom nämlichen Holze wog 36 Pfund, und wurde ganz genau zu 18 Kubikdezimeter berechnet. Wie viel betrug der Kubikinhalt aller Scheiter?

Antw. $36 : 4000 = 0{,}018 : x;\ x = \frac{72}{36} = 2$ Kubikmeter.

Durch viele Versuche hat man gefunden, daß überhaupt die wirkliche Holzmasse 54 bis 72 Procent vom gebrauchten Maße beträgt, d. h. bei 100 Kubikmeter werden die darin aufgeschichteten Scheiter 54—72 Kubimeter haben.

Beispiel.

Wie viel wirkliches Holz ist also nach diesen Angaben in 1, 2 und 3 Steren enthalten?

Antw. In 1 Ster: 0,540 bis 0,720 Kubikmeter;
in 2 Steren: 1,080 bis 1,440 Kubikmeter;
in 3 Steren: 1,620 bis 2,160 Kubikmeter.

Anmerkung. Je stärker, glatter und gerader die Scheiter sind, desto mehr Holzmasse ist in einem Kubikmeter. Im Durchschnitt beträgt die Holzmasse $\frac{2}{3}$ vom Kubikinhalt des Maßes, also von 1 Ster 0,670, von 3 Steren 2 Kubikmeter, wie die obigen Beispiele schon ergeben haben.

§. 82.

Wie aus dem Bisherigen zu ersehen, ist die Holzmasse eines gespaltenen Kubikmeters (Ster) schwankend. Es kann angenommen werden, daß ein Kubikmeter ungespaltenes Holz, wie es am Stamme ist, $1^1/_4$ Kubikmeter (Ster) machen, d. h. also, daß, wenn 0,800 Kubikmeter grünes Holz gespalten werden, so füllen die Scheiter das Rahmenmaß für 1 Ster aus, und lassen noch ein solches Uebermaß zurück, daß das Maß ausgefüllt bleibt, wenn die Holzmasse lufttrocken geworden ist. (Es ist dies nach der Bestimmung, daß 100 bayr. Kubikfuß ungespaltenes Holz, wie es am Stamme ist, eine bayr. Klafter machen.)

Beispiel.

Wie viel Höhe-Uebermaß muß ein Ster grünes mittelhartes Holz haben, damit, wenn es lufttrocken geworden ist, die Höhe von 1 Meter noch ausgefüllt bleibt, da das mittelharte Holz erfahrungsgemäß um $6^0/_0$ im Querschnitte schwindet?

Antw. Das Kubikmeter grünes Holz muß den gegebenen Bedingungen gemäß 0,06 Meter Uebermaß haben.

§. 83.

Kubirung des Ast-, Stock- und Wurzel-Holzes.

I. Kubirung nach Gewicht und Probestücken. Man wiegt die zu kubirende Holzmasse, dann sucht man ein oder mehrere Stücke der nämlichen Holzart heraus, gibt ihnen mit Säge und Beil nöthigen Falls eine regelmäßige Gestalt und bestimmt ihren Kubikinhalt und ihr Gewicht. Aus diesen Daten wird durch Proportion der Kubikinhalt der ganzen Holzmasse berechnet.

Beispiele.

1) Das ganze Astwerk einer wirklich gefällten Erle wog 60 Kilogramm. Man wählte 3 regelmäßig geformte Aeste aus. Ihr Gewicht war 7 Kilogramm. Um auch ihren Kubikinhalt zu bestimmen, wurden die Länge und der mittlere Durchmesser gemessen.

Der Ast A war 0,90 Meter lang und in der Mitte 5 Centimeter stark; der Ast B war 1,20 Meter lang und in der Mitte 6 Centimeter stark; der Ast C war 1,50 Meter lang und in der Mitte 7 Centimeter stark.

Wie viele Kubikmeter (Steren) hatte unter den angegebenen Bedingungen das Astwerk dieser Erle?

Auflösung.

a) Vorerst wird der Kubikinhalt der 3 Probestücke bestimmt.

Der Kubikinhalt von A ist
$= 0{,}05^2 \,.\, 0{,}90 \,.\, 0{,}7854 = 0{,}002$ Kubikmeter.

Der Kubikinhalt von B ist
$= 0{,}06^2 \,.\, 1{,}20 \,.\, 0{,}7854 = 0{,}003$ „

Der Kubikinhalt von C ist
$= 0{,}07^2 \,.\, 1{,}50 \,.\, 0{,}7854 = 0{,}006$ „

Summe 0,011 Kubikmeter.

b) Hierauf machen wir nun den Ansatz: Wie viele Kubikmeter entsprechen einem Gewichte von 60 Kilogramm, wenn einem Gewichte von 7 Kilogramm ein Kubikinhalt von 0,011 Kubikmeter entspricht? Man erhält als Antwort, daß das Astwerk der fraglichen Erle 0,094 Kubikmeter war.

2) Das Wurzelwerk einer Kiefer wurde gerodet. Man bekam 80 Kilogramm starke und 32 Kilogramm schwache Wurzeln.

Um den Kubikinhalt dieser Wurzelmasse zu erhalten, wurde aus den starken Wurzeln ein Stück ausgesucht und durch Säge und Beil ein Prisma daraus gemacht. Es wog 13 Kilogramm und sein Kubikinhalt berechnete sich auf 0,015 Kubikmeter. Aus den schwachen Wurzeln richtete man ein Stück als Kegel her. Sein Gewicht war 4 Kilogramm und sein Kubikinhalt 0,005 Kubikmeter. Man berechne aus diesen Daten den Kubikinhalt der ganzen Wurzelmasse!

Auflösung.

a) Wie viel Kubikmeter geben 80 Kilogramm, wenn 13 Kilogramm 0,015 Kubikmeter geben? Die Antwort wird: 0,092 Kubikmeter.

b) Wie viel Kubikmeter geben 32 Kilogramm, wenn 4 Kilogramm 0,005 Kubikmeter geben? Die Antwort wird: 0,040 Kubikmeter. Mithin ist der Kubikinhalt der ganzen Wurzelmasse: $0{,}092 + 0{,}040 = 0{,}132$ Kubikmeter (Steren).

II. **Kubirung durch Aufbeugen und Schätzen nach Erfahrungszahlen.** Man sortirt die unregelmäßige Holzmasse, gibt allen Theilen eine gleiche Länge, etwa 1 Meter, und schichtet sie in einem Rahmenmaße (von 1, 2 oder 3 Steren) auf. Den wirklichen Holz-

gehalt bestimmt man durch Schätzung. Die Erfahrung gibt folgende Zahlen an die Hand:

die compakte (feste) Holzmasse ist bei Wellen = 20 bis 35 % vom Maßraum;

die compakte Holzmasse ist bei Stock- und Wurzelholz = 35 bis 55 % vom Maßraum;

die compakte Holzmasse ist bei Prügelholz (Knüppel) = 45 bis 60 % vom Maßraum.

Bei einer Länge von 1 Meter kann man als Durchschnitt annehmen:

1 Kubikmeter aufgebeugtes Scheitholz hat 0,7 Kubikmeter feste Holzmasse;

1 Kubikmeter aufgebeugtes Prügelholz hat 0,6 Kubikmeter feste Holzmasse;

1 Kubikmeter aufgebeugtes Stock- und Wurzelholz hat 0,5 Kubikmeter feste Holzmasse;

1 Kubikmeter aufgebeugte Wellen (Boschen) hat 0,25 Kubikmeter feste Holzmasse.

2 Steren Stock sind gleich 1 Ster Scheitholz, und 4 Steren Prügelholz sind gleich 3 Steren Scheitholz.

Beispiele.

1) Auf wie viel feste Masse wären 5 Steren Prügel zu schätzen?
Antw. 5 × 0,6 = 3 Steren.

2) Wenn eine Welle 1 Meter lang und 30 Centimeter dick gemacht und zu 13 Kubikdezimeter Masse gerechnet wird, wie viel Prozent compaktes Holz hätte hiernach die Welle?

Antw. Der Kubikinhalt der Welle ist: $0{,}15^2 \,.\, 1 \,.\, 3{,}1416 = 0{,}071$ Kubikmeter. Ist nun in 0,071 Kubikmeter Raum 0,013 Kubikmeter festes Holz, so sind in 100 Kubikmeter Raum 18,3 Kubikmeter Holzmasse. (Also unter dem Minimum des angegebenen Procentsatzes, was wohl darin seinen Grund hat, daß die Bestandtheile der Welle nicht so enge zusammen kommen, als es bei einer regelmäßigen Aufbeugung der Fall wäre.)

3) Wie viel Holzmasse haben 3 Steren Stockholz im geringsten, wie viel im höchsten Falle?

Antw. 3 × 0,35 = 1,05 Kubikmeter im geringsten, und 3 × 0,55 = 1,65 Kubikmeter im höchsten Falle.

§. 84.

Bestimmung der Astmasse stehender Bäume.

Man leitet den Kubikinhalt des Astholzes stehender Bäume vom berechneten Kubikinhalt des Stammes und von der Höhe des Kronen-Ansatzes*) ab.

Nach Preßler kann das folgende einfache, den praktischen Bedürfnissen genügende Gesetz aufgestellt werden: Der Kubikinhalt des Astholzes ist gleich 60, 30 oder 15 Procent von dem Kubikinhalt des Stammes, je nachdem die Krone bei der Untermitte, bei der Hauptmitte oder bei der Obermitte beginnt. (Die Bedeutung dieser drei Punkte eines Baumes ist oben erklärt.) Bei den Kiefern nimmt man $^1/_4$ mehr, bei den Fichten und Tannen $^1/_6$ weniger.

Beispiele.

1) Wie viele Kubikmeter hat das Astholz einer Tanne von 15 Meter Richtpunkts-Höhe und 35 Centimeter Grund-Durchmesser, wenn die Krone in der Hauptmitte beginnt?

Auflösung.

a) Der Kubikinhalt des Stammes ist:
$0{,}35^2 \times 10 \times 0{,}7854 = 0{,}962$ Kubikmeter.

b) Beginnt die Krone in der Hauptmitte, so ist das Astholz im Allgemeinen 0,30 vom Kubikinhalt des Stammholzes. Bei der Tanne muß man aber $^1/_6$, d. h. hier 5 Procent weniger nehmen, nämlich 25% oder $0{,}25 = {}^1/_4$; folglich ist die Astmasse der fraglichen Tanne: $0{,}962 : 4 = 0{,}241$ Kubikmeter.

2) Wie viele Kubikmeter hat eine Föhre (Kiefer) von 36 Centimeter Grund-Durchmesser und 15 Meter Richtpunkts-Höhe Astwerk, wenn letzteres bei der Untermitte des Baumes anfängt?

Auflösung.

a) Zuerst muß der Kubikinhalt des Stammes bestimmt werden. Er ist: $0{,}36^2 \,.\, 10 \,.\, 0{,}7854 = 1{,}018$ Kubikmeter.

b) Fängt die Krone bei der Untermitte an, so ist das Astholz $60\% = 0{,}60$ des Stamminhaltes. Bei der Föhre muß man aber $^1/_4$ mehr nehmen. $^1/_4$ von 60% ist $= 15\%$; daher $60\% + 15\% = 75\% = 0{,}75 = {}^3/_4$. Somit die Astmasse der fraglichen Föhre: $1{,}018 \times {}^3/_4 = 0{,}764$ Kubikmeter.

---

*) Unter Krone eines stehenden Baumes versteht man dessen Astmasse.

3) Wie viel Astmasse hat eine Buche von 0,5 Kubikmeter Stamminhalt, wenn das Astwerk in der Mitte derselben beginnt?

Antw. 0,5 × 0,30 = 0,150 Kubikmeter.

§. 85.

Bestimmung der Wurzelmasse der Waldbäume.

Die unterirdische Masse eines Baumes ist erfahrungsgemäß $^1/_{10}$ bis $^3/_{10}$ seiner oberirdischen Masse.

Beispiel.

Eine Parzelle eines Föhrenwaldes war abgetrieben worden. Man hatte 2200 Steren Scheitholz erhalten. Der Platz dieser abgetriebenen Parzelle soll gerodet werden. Wie viele Steren Wurzeln wird man bekommen?

Auflösung.

a) Ein Ster Scheitholz hat nach §. 83. II. 0,7 Kubikmeter Holzmasse, folglich 2200 Steren: 2200 × 0,7 = 1540 Kubikmeter.

b) Hieraus leitet man das Astholz ab. Nehmen wir an, daß die Aeste durchschnittlich bis zur Mitte gingen, so haben wir zur Berechnung des Astholzes aus dem Stammholz bei der Föhre den Faktor $0{,}30 + \frac{0{,}30}{4} = 0{,}375$.

Daher: 1540 × 0,375 = 577,5 Kubikmeter.

c) Die Summe von Stamm- und Astholz, also die oberirdische Masse ist: 1540 + 577,5 = 2117,5 Kubikmeter.

d) Das Wurzelholz ist $^1/_{10}$ bis $^3/_{10}$ der oberirdischen Masse, daher können wir als Rechnungs-Resultat aussprechen: Wir werden 211,8 bis 635,4 Kubikmeter Wurzeln erhalten. Eine Stock- und Wurzelklafter hat 0,5 Kubikmeter, somit haben wir schließlich 424 bis 1271 Steren Stock- und Wurzelholz.

§. 86.

Tabelle über den mittleren Holzzuwachs und die durchschnittliche Zahl der Stämme auf einem bayerischen Tagwerk bezw. einem Hektar bei normalem Stande.

(Siehe nächste Seite.)

In einem Alter von . . Jahren	Fichten u. Tannen		Föhren		Lerchen		Eichen		Buchen		Birken	
	Gemeinjähr. Zuwachs auf 1 b. Tgw.	Zahl der Stämme auf 1 b. Tgw.	Gemeinjähr. Zuwachs auf 1 b. Tgw.	Zahl der Stämme auf 1 b. Tgw.	Gemeinjähr. Zuwachs auf 1 b. Tgw.	Zahl der Stämme auf 1 b. Tgw	Gemeinjähr. Zuwachs auf 1 b. Tgw.	Zahl der Stämme auf 1 b. Tgw.	Gemeinjähr. Zuwachs auf 1 b. Tgw.	Zahl der Stämme auf 1 b. Tgw.	Gemeinjähr. Zuwachs auf 1 b. Tagw.	Zahl der Stämme auf 1 b. Tgw.
	cbm		cbm		cbm		cbm		cbm		cbm	
10	0,520	20400	0,495	18000	0,845	18000	0,420	17500	0,325	21600	0,495	21000
20	0,745	7680	1,120	8400	1,170	6300	0,520	7600	0,445	9600	0,670	7380
30	0,945	3540	1,245	1698	1,365	1704	0,595	3540	0,570	3864	0,770	2706
40	1,070	2040	1,315	1026	1,465	948	0,670	2316	0,645	2178	0,845	1350
50	1,190	1278	1,390	736	1,540	630	0,720	1542	0,695	1434	0,870	780
60	1,290	936	1,440	588	1,565	510	0,770	1176	0,745	1026	0,895*	528
70	1,390	738	1,465	498	1,590*	432	0,795	912	0,795	774	0,890	
80	1,465	606	1,490	420	1,580		0,845	708	0,845	600	0,870	
90	1,490	504	1,500*	354	1,580		0,870	558	0,870	486	0,845	
100	1,500	432	1,490		1,540		0,895	450	0,895	402	0,795	
110	1,515*	378	1,465		1,515		0,920	372	0,920	342		
120	1,515		1,415		1,490		0,930	306	0,930	294		
130	1,500		1,390		1,465		0,945	252	0,945	258		
140	1,490		1,340		1,430		0,970	216	0,955*	228		
150	1,465		1,265		1,415		0,975	186	0,945			
160	1,390		1,245		1,365		0,980*	162	0,940			
170	1,340		1,195		1,340		0,975		0,920			
180	1,290		1,145		1,315		0,955		0,895			
190	1,265		1,095		1,265		0,945		0,870			
200	1,220		1,045		1,245		0,920		0,845			

* Zeitpunkt der Reife des Holzes.

In einem Alter von . . Jahren	Fichten u. Tannen		Föhren		Lerchen		Eichen		Buchen		Birken	
	Gemeinjähr. Zuwachs auf 1 Hektar cbm	Zahl der Stämme auf 1 Hektar	Gemeinjähr. Zuwachs auf 1 Hektar cbm	Zahl der Stämme auf 1 Hektar	Gemeinjähr. Zuwachs auf 1 Hektar cbm	Zahl der Stämme auf 1 Hektar	Gemeinjähr. Zuwachs auf 1 Hektar cbm	Zahl der Stämme auf 1 Hektar	Gemeinjähr. Zuwachs auf 1 Hektar cbm	Zahl der Stämme auf 1 Hektar	Gemeinjähr. Zuwachs auf 1 Hektar cbm	Zahl der Stämme auf 1 Hektar
10	1,525	59870	1,450	52830	2,480	52820	1,230	51360	0,955	63390	1,450	61630
20	2,185	22540	3,285	24650	3,435	18490	1,525	22300	1,305	28174	1,965	21660
30	2,775	10390	3,655	4984	4,005	5000	1,745	10390	1,670	11340	2,260	7940
40	3,140	5986	3,860	3010	4,300	2782	1,965	6796	1,895	6392	2,480	3962
50	3,490	3750	4,080	2160	4,520	1848	2,115	4526	2,040	4208	2,255	2288
60	3,785	2746	4,225	1726	4,595	1496	2,260	3450	2,185	3010	2,625*	1540
70	4,080	2166	4,300	1462	4,665*	1268	2,335	2676	2,335	2270	2,610	
80	4,300	1778	4,375	1232	4,635		2,480	2078	2,480	1760	2,255	
90	4,375	1480	4,400*	1038	4,635		2,555	1638	2,555	1426	2,480	
100	4,400	1268	4,375		4,520		2,625	1320	2,625	1180	2,335	
110	4,445*	1110	4,300		4,445		2,700	1090	2,700	1004		
120	4,445		4,150		4,375		2,730	898	2,730	862		
130	4,400		4,080		4,300		2,775	740	2,775	758		
140	4,375		3,930		4,195		2,845	634	2,800*	670		
150	4,300		3,710		4,150		2,860	546	2,775			
160	4,080		3,655		4,005		2,875*	474	2,760			
170	3,930		3,505		3,930		2,860		2,700			
180	3,785		3,360		3,860		2,800		2,625			
190	3,710		3,215		3,710		2,775		2,555			
200	3,580		3,065		3,655		2,700		2,480			

* Zeitpunkt der Reife des Holzes.

Zum Verständniß und Gebrauch der vorstehenden Tabelle wird Folgendes bemerkt:

Um die Resultate dieser Tabelle zu gewinnen, wurden mehrere größere oder kleinere Muster-Waldparzellen angelegt, gehörig gepflegt und von Jahrzehnt zu Jahrzehnt eine genaue Auszählung und Kubirung der vorhandenen Stämme vorgenommen. Die gefundene Anzahl Bäume und ihr Kubikinhalt wurden zunächst auf ein bayr. Tagwerk ausgeschlagen. In den Kubikinhalt aller gleich alten Bäume, welche auf einem bayr. Tagwerk standen, wurde mit der entsprechenden Zahl der Jahre dividirt. Wenn man z. B. auf einem bayr. Tagwerk, auf welchem nur 40-jähr. Bäume, etwa Fichten, standen, nach genauer Kubirung 42,800 Kubikmeter Holzmasse gefunden hatte, so fragte man: Welche Holzmasse wächst auf einem Tagwerk in einem Jahre, wenn in 40 Jahren darauf 42,800 Kubikmeter wachsen? Man erhielt 42,800 : 4 = 1,070 Kubikmeter. Auf diese Weise sind die Zahlen je der ersten Rubrik entstanden. Man kann diese Zahlen den gemeinjährigen oder mittleren Durchschnitt nennen; gemeinjährig deswegen, weil er aus mehreren Jahren gemeinsam gedacht werden muß. In obigem Falle ist 1,070 Kubikmeter der jährliche gleichmäßige Zuwachs für 40 Jahre. — Man kann diese Tabelle zur Beantwortung mancher Fragen gebrauchen:

a) Wie viel Steren Holz gibt ein Tagwerk 40jähr. Tannen?

Antw. Man multiplizirt die Jahre des Alters mit der entsprechenden Zuwachs-Zahl, hier 1,070 × 40 = 42,800 Kubikmeter d. i. nach §. 82. = 53,5 Steren.

Ein Hektar wird geben 157 Steren.

b) In welchem Jahrzehnt nimmt der wirkliche Zuwachs ab?

Antw. Man bestimme für jedes Jahrzehnt die Kubikmeter Holz auf einem bayr. Tagwerk. Die Tanne hat z. B. am Ende des ersten Jahrzehnts per Tagwerk 5,200, am Ende des zweiten 14,900 Kubikmeter ꝛc. Hierauf suche man durch Subtraktion den wirklichen Zuwachs von Jahrzehnt zu Jahrzehnt. Man wird auf diese Weise auf ein Jahrzehnt kommen, wo der wirkliche Zuwachs kleiner ist, als in dem unmittelbar vorhergehenden. So hat z. B. die Fichte oder Tanne im 70sten Jahre per Tagw. 97,300 Kubikmeter Holz und im 80sten Jahre 117,200 Kubikmeter; folglich war der wirkliche Zuwachs in diesem Jahrzehnt auf dem bayr. Tagwerk 19,900 Kubikmeter. Allein in dem Jahrzehnt von 80 bis 90 wachsen nur 16,900 Kubikmeter zu, woraus man schließt, daß die Vegetationskraft bereits im Zurückgehen begriffen ist.

c) Welchen Kubikinhalt haben im Durchschnitt 110-jähr. Tannen?

Antw. In 110 Jahren stehen auf einem b. Tagwerk 166,650 Kubikmeter Holz auf 378 Bäume vertheilt; woraus die Antwort: 0,440 Kubikmeter.

d) Um wie viel Kubikmeter nimmt ein 100-jähriger Fichtenwald in einem Jahre per Tagwerk zu?

Antw. Im 90sten Jahre waren auf einem b. Tagwerk 134,100 Kubikmeter Holz, und im 100sten 150 Kubikmeter; die 10-jährige Zunahme war demnach = 15,900 Kubikmeter, und somit die jährliche 1,590 Kubikmeter.

Per Hektar ergibt sich eine Zunahme von 4,665 Kubikmeter.

e) Ein Oekonom will von einem forstmäßig gepflegten Walde ein bayr. Tagwerk 90-jährige Fohren (Föhren, Kiefern) abtreiben. Auf wie viele Kubikmeter

1. Stammholz,
2. Astholz, wenn die Krone circa in der Mitte beginnt,
3. Stock- und Wurzelholz kann er mit Grund rechnen?
4. Wie viele Kubikmeter haben diese drei Sortimente zusammen?
5. Wie viel sind das summarisch im lufttrockenen Zustand Kilogramm?
6. Wie viele Kilogramm reifes, lufttrockenes Fohrenholz hat dieses bayr. Tagwerk durchschnittlich in einem Jahre produzirt?

Antwort.

ad 1) 1,500 × 90 = 135,000 Kubikmeter (vide Tabelle).
ad 2) 135,000 × 0,4 = 54,000 „ (0,4 abgerundet statt 0,375).
Summe: 189,000 Kubikmeter oberirdische Masse.
ad 3) 189,000 × 0,2 = 37,800 Kubikmeter.
ad 4) . . . . . . = 226,800 Kubikmeter.
ad 5) 226,800 × 721 = 163522,8 Kilogramm. (Tab. Seite 189.)
ad 6) Dieses Gewicht ist von der Natur in 90 Jahren produzirt worden, folglich treffen auf 1 Jahr im Durchschnitt 1816,92 Kilogramm = 36,34 Ctr. = 36 Ctr. 34 Pfd.

Anmerkung 1. Nach Liebig würde ein bayr. Tagwerk einen Jahresertrag von 1823,36 Kilogramm Tannenholz geben. Nach unserer Berechnung lieferte das bayer. Tagwerk jährlich im Durchschnitt 1816,92 Kilogramm reifes lufttrockenes Holz. So bestätigen sich die auf Erfahrungen gestützten Rechnungen gegenseitig auf eine merkwürdige Weise, wenn auch zugegeben werden muß, daß dieses überaus genaue Zutreffen im gegenwärtigen Falle mehr ein Spiel des Zufalls ist.

Anmerkung 2. Es ist merkwürdig, daß der mittlere Jahresertrag auf Acker, Wiese und Wald hinsichtlich des Gewichtes der lufttrockenen Ernte nahezu gleich ist. Im Durchschnitt trägt ein bayr. Tagwerk Ackerland 34 Centner in Körnern und Stroh, ein Tagwerk Wiese 34 Centner in Heu und Grummet, und ein Tagwerk Wald 34 Centner in haubarem (reifem) Holz. Die Kartoffeln, Rüben und andere wässerige Gewächse machen hievon keine Ausnahme, denn wenn das viele Wasser in ihnen verdunstete, so würde die trockene Masse eines bayr. Tagwerks ungefähr das obige Gewicht haben.

§. 87.

Aschenmenge.

Die Menge Asche, die man durch das Verbrennen erhält, ist nach der Holzart verschieden:

1000 Gewichtstheile	Ahorn geben. .	81,5	Gewichtstheile Asche,
"	Birke geben . .	50	" "
"	Eiche geben . .	20,8	" "
"	Erle geben . .	32	" "
"	Esche geben . .	55	" "
"	Linde geben . .	50	" "
"	Rothbuche geben.	36,5	" "
"	Weißbuche geben.	41,2	" "
"	Tanne geben . .	8,3	" "

In der nämlichen Holzart kommt es darauf an, ob Zweige, Rinde oder Stammholz verbrannt werden. 1000 Kilogramm Eichenrinde geben z. B. 60 Kilogramm Asche, und 1000 Kilogramm Eichenholz geben nur 20 Kilogramm Asche.

Beispiel.

Wie viele Kilogramm Asche bekommt man von 48 Steren Buchenholz?

Antw. 962,5 Kilogramm.

Eilftes Kapitel.

Technische Verarbeitung landwirthschaftlicher Erzeugnisse.

Mit der Erzeugung landwirthschaftlicher Stoffe schließt die Thätigkeit des Landwirths. Die technische Verarbeitung derselben überläßt er anderen Gewerben; doch stehen Mahlen, Backen, Bierbrauen und Branntweinbrennen in so naher Beziehung zur Landwirthschaft, daß es wohl als geboten erscheinen möchte, auf einige hieher bezügliche Rechnungen aufmerksam zu machen.

§. 88.

Mahlen und Mehl.

Das Hektoliter	guter Roggen wiegt	71	Kilogr.;
„ „	Mehl davon . . .	41—42½	„
„ „	mittlerer Roggen wiegt	69½	„
„ „	Mehl davon . . .	39½—41	„
„ „	geringer Roggen wiegt	68	„
„ „	Mehl davon . . .	38—39½	„
„ „	Roggen-Kleien wiegt	24	„

Das Hektoliter Weizen wiegt durchschnittlich 75 Kilogramm, das Hektoliter Weizen-Mehl erster Sorte 46½, zweiter Sorte 43½, dritter Sorte 42½, Nachmehl 39, Kleien 23½ Kilogramm.

Das Mehl nimmt also einen größeren Raum ein, als das Getreide, aus dem es gemahlen ist, daher man mehr Hektoliter Mehl aus der Mühle zurückerhalten muß, selbst nach Wegrechnung der Verstäubung und der Mahlgebühr, als man Hektoliter Getreide in dieselbe schickte.

Nach der alten bayerischen Mahlordnung hätte der Müller die Verbindlichkeit, den Mahlgästen dem Maße nach zu erstatten:

Von einem Hektoliter guten Roggen 1,42 Hektoliter Mehl und 0,25 Hektoliter Kleien, von mittlerem Roggen 1,33 Hektoliter Mehl und 0,29 Hektoliter Kleien, von geringem Roggen 1,25 Hektoliter Mehl und 0,33 Hektoliter Kleien.

Das Gewicht des Getreides und des daraus gewonnenen Mehles müßte natürlich gleich sein, wenn nicht einiges verstäubte. Je besser das Mühlwerk ist, desto weniger wird verstäuben.

Nach vielen Erfahrungen geben 100 Kilogramm Getreide ohne Abzug der Mahlgebühr 80 bis 85 Kilogramm Mehl und 10 bis 12 Kilogramm Kleien, während 5 bis 8 Kilogramm verstäuben. Die Mahlgebühr beträgt $^1/_{16}$ des Gewichtes oder Maßes = $6^1/_4$ %. (Gewöhnlich beträgt aber jetzt

die Mahlgebühr $^1/_{10}$ d. i. also $10^0/_0$.) Auf Verstäubung und Mahlgebühr kann man also immerhin 11 bis $14\,^0/_0$ rechnen. Die Kleien sind durchschnittlich der 7. bis 8. Theil vom Gewichte des Mehles.

Beispiele.

1) Wie viele Kilogramm Mehl und Kleien soll ich zurück erhalten, wenn ich 6 Hektoliter à 70 Kilogramm Roggen in die Mühle schicke?

Auflösung.

Ich habe $6 \times 70 = 420$ Kilogramm Getreide, wovon die Mahlgebühr $\frac{420 \times 6^1/_4}{100} = 26{,}25$ Kilogramm ist. Diese 26,25 Kilogramm zieht man von 420 Kilogramm Getreide ab, und macht den Ansatz: Wie viele Kilogramm Mehl geben 393,75 Kilogramm Getreide, wenn a) 100 Kilogramm Getreide 80 Kilogramm Mehl, oder b) 100 Kilogramm Getreide 85 Kilogramm Mehl geben? Ferner, wie viele Kilogramm Kleien geben 393,75 Kilogramm Getreide, wenn 100 Kilogramm Getreide a) 10, oder b) 12 Kilogramm Kleien geben?

Das Resultat ist: 315 bis 334,69 Kilogramm Mehl und 39,38 bis 47,25 Kilogramm Kleien.

Nehme ich als Mahlgebühr $^1/_{10}$ des Gewichts oder Maßes $= 10^0/_0$, so würde ich erhalten als Mahlgebühr 42 Kilogramm, und darnach weiters: a) 302,40 bis 321,30 Mehl und 37,80 bis 45,36 Kilogramm Kleien.

2) Wie viele Hektoliter Mehl und Kleien geben 6 Hektoliter Roggen à 70 Kilogramm: a) ohne Abzug der Mahlgebühr, b) nach Abzug der Mahlgebühr, wenn man annimmt, daß 100 Kilogramm Roggen 80 Kilogramm Mehl und 12 Kilogramm Kleien geben, das Hektoliter Roggenmehl $39^1/_2$ Kilogramm und das Hektoliter Kleien 24 Kilogramm wiegt?

Antw. a) Ohne Abzug der Mahlgebühr 8,50 Hektoliter Mehl und 2,10 Hektoliter Kleien.
b) Nach Abzug der Mahlgebühr von $^1/_{16}$: 7,98 Hektoliter Mehl und 1,97 Hektoliter Kleien. Bei $^1/_{10}$ Mahlgebühr ergibt sich 7,65 Hektoliter Mehl und 1,89 Hektoliter Kleien.

3) Wie viele Hektoliter Mehl und Kleien geben bei der Annahme, daß durch die Verstäubung nichts verloren gehe, 10 Hektoliter Weizen à 75 Kilogramm, wenn das Hektoliter Weizenmehl 46, das Hektoliter Kleien 24 Kilogramm wiegt, und die Kleien der achte Theil vom Gewicht des Mehles sind?

Antw. 14,81 Hektoliter Mehl und 3,47 Hektoliter Kleien.

4) Wie kann für Weizen- und Roggenmehl der Preis berechnet werden?

Auflösung.

Verfahren wir an der Hand der früheren Bestimmungen mit der Unterscheidung des Weizenmehles in 4 Sorten: a) Mundmehl, b) Semmelmehl, c) gewöhnliches Weizenmehl, d) Nachmehl (auch Einbrennmehl genannt), und gehen bei der Berechnung vom gewöhnlichen Weizenmehl aus und unter der Annahme, daß 3 Hektoliter Weizen 4 Hektoliter Mehl geben, und dem Mehlber für das Mehl eines Hektoliters Weizen (außer den Kleien) 2 *M.* sogenannte Mannsnahrung gebühren. — Hiernach werden zum Mittelpreis eines Hektoliters Weizen 2 *M.* addirt, und auf soviele Mark sich dann das Hektoliter stellt, so viele Pfennige kostet das Liter Weizenmehl. Kostet z. B. das Hektoliter Weizen 14 *M.*, so kommt das Liter auf 12 *₰*. Nämlich: 3 Hektoliter Weizen geben 4 Hektoliter Mehl, folglich: $3 \times 14 = 42$ *M.*; hiezu für 3 Hektoliter die Mannsnahrung gibt $42 + 6 = 48$ *M.*, und hieraus berechnet sich das Hektoliter Mehl auf 12 *M.*

Nach den obigen Annahmen wäre das Hektoliter Mundmehl um 6 *M.* 20 *₰*, das Hektoliter Semmelmehl um 2 *M.* 50 *₰* theurer als das Hektoliter Weizenmehl, und das Hektoliter Nachmehl (Einbrennmehl) um 2 *M.* 50 *₰* wohlfeiler, als das Hektoliter Weizenmehl.

Beim Roggenmehl verfährt man auf dieselbe Weise. Kostet z. B. das Hektoliter Roggen 10 *M*, so kommt das Liter auf 9 *₰*.

5) Wie berechnet man aus dem Preise eines Hektoliters Weizen oder Roggen den Preis eines Kilogramms bezw. Pfundes Weizen- oder Roggenmehl?

Auflösung.

Man berechne nach dem Vorhergehenden den Preis eines Hektoliters Weizen- oder Roggenmehl, und hat dann den Ansatz: Wie hoch berechnet sich 1 Kilogramm Weizenmehl, wenn $43^1/_2$ Kilogramm 1 Hektoliter geben und 1 Hektoliter x *M.* kostet?

Es koste also z. B. das Hektoliter Weizen 14 *M.*, so kostet das Hektoliter Weizenmehl, wie wir vorher berechnet, 12 *M.*, und sonach das Kilogramm: $\frac{12}{43^1/_2} = \frac{24}{87}$ *M.* = 28 *₰*, mithin das Pfund 14 *₰*. Hiernach kommt der Centner gewöhnliches Weizenmehl auf 14 *M.*, also was das Hektoliter Weizen kostet.

Auf die nämliche Art verfährt man bei der Berechnung des Roggenmehles.

6) Wie viel trifft den Mehlber auf ein Kilogramm Mehl Mannsnahrung, wenn das Hektoliter Mehl 46 Kilogramm wiegt?

Antw. 3 ₰ (resp. 3,3 ₰).

7) Ein Landwirth schickte 10 Hektoliter guten Roggen à 71 Kilogramm in die Mühle, und bekam 406 Kilogramm Mehl mit 114 Kilogramm Kleien retour.

a) Was hätte er nach den vorhergehenden Annahmen an Mehl und Kleien bekommen sollen, wenn man seinen Roggen als einen guten, was er in der That war, gelten ließ?

b) Was, wenn man seinen Roggen als einen geringen schätzte?

Auflösung.

a) Von 1 Hektoliter guten Roggen soll er erhalten 1,42 Hektoliter Mehl und 0,25 Hektoliter Kleien, mithin, da 1 Hektoliter Mehl aus diesem Roggen 41 Kilogramm wiegt:

$10 \times 1,42 \times 41 = 582,20$ Kilogramm Mehl und
$10 \times 0,25 \times 24 = 60$ Kilogramm Kleien.

b) Hier gibt 1 Hektoliter Roggen 1,25 Hektoliter Mehl und 0,33 Hektoliter Kleien und wiegt 1 Hektoliter Mehl 38 Kilogramm, folglich:

$10 \times 1,25 \times 38 = 475$ Kilogramm Mehl und
$10 \times 0,33 \times 24 = 79,20$ Kilogramm Kleien.

8) Welchen Schaden, im Geldanschlage, hat der Mahlgast erlitten, wenn das Hektoliter Roggen 11 ℳ galt und er bei 10 Hektoliter 406 Kilogramm Mehl statt 582,20 Kilogramm bekam, und wenn 3 Hektoliter Roggen 4 Hektoliter Mehl à 41 Kilogramm geben?

Antw. 35 ℳ 45 ₰.

§. 89.

Backen und Brod.

Man nimmt an, daß 3 Kilogramm (bezw. Pfund) Mehl 5 Kilogramm (bezw. Pfund) Teig und 4 Kilogramm (bezw. Pfund) Brod geben. —

Daß bei diesen Zahlen, wie überhaupt bei allen landwirthschaftlichen Verhältnißzahlen, ein kleines Hin- und Herschwanken stattfindet, versteht sich von selbst. Die Beschaffenheit des Bodens und der Jahreswitterung kann bei der nämlichen Getreidgattung einen merklichen

Unterschied erzeugen. Mehl von trockenen Jahren und guten Getreidböden wird mehr Wasser aufnehmen und behalten, als von nassen Jahren und schlechten Getreidböden. Nach den so angegebenen Verhältnißzahlen verliert z. B. der Brodteig durch das Backen $^1/_5$ seines Gewichtes. Allein dieser Gewichtsverlurst kann auf $^1/_{12}$ bis $^1/_{13}$ heruntersinken. Das ist übrigens eine Ausnahme, das oben angegebene bleibt Regel.

Beispiele.

1) Wie viele Pfund Brod können von einem Hektoliter mittleren Roggen gebacken werden?

Antw. Der mittlere Roggen gibt per Hektoliter 1,33 Hektoliter Mehl à $39^1/_2$ Kilogramm (3 Hektoliter Roggen = 4 Hektoliter Mehl). Mithin erhalten wir $1{,}33 \times 39{,}5 = 52{,}54$ Kilogramm, woraus $52{,}54 \times \frac{4}{3} = 70{,}05$ Kilogramm Brod gebacken werden können. Man kann also sagen: Aus dem Hektoliter Roggen können so viele Kilogramm Brod gebacken werden, als das Hektoliter Roggen Kilogramm wiegt. (Das Hektoliter Roggen wiegt im Durchschnitt $69^1/_2$ Kilogramm.)

2) Wie viele Kilogramm Mehl braucht man a) zu 115,50 Kilogramm Semmeln, und b) zu 178,50 Kilogramm Roggenbrod?

Antw. Zu a) 86,625, zu b) 133,875 Kilogramm Mehl.

3) Wie ließe sich für einen Ort ungefähr der Brodpreis bestimmen?

Auflösung.

Wir wollen zunächst nur Semmeln und Schwarzbrod unterscheiden.

Man addire zum mittleren Schrannenpreis des Ortes die sog. Mannsnahrung des Bäckers und den Mehlaufschlag, wenn ein solcher erhoben wird. Bei Semmeln sei die Mannsnahrung für das Hektoliter Getreide auf 3 ℳ, beim Roggenbrod auf 2 ℳ bestimmt. Es sei nun z. B. der Durchschnittspreis für Weizen 13 ℳ 50 ₰ per Hektoliter, kein Mehlaufschlag zu bezahlen, so wäre der Betrag, nachdem ich für Semmeln zu rechnen hätte: 13 ℳ 50 ₰ + 3 ℳ = 16 ℳ 50 ₰.

Es wird ferner angenommen, daß aus 1 Hektoliter Weizen 52 Kilogramm Semmeln, und aus 1 Hektoliter Roggen 80,30 Kilogramm Schwarzbrod gebacken werden können.

Nun kann man eine doppelte Rechnung ansetzen. Man kann fragen, wie viele Gramm oder Kilogramm Brod bekommt

man um 1, 2, 3 rc. Pfennige; oder wie viele Pfennige kosten 1, 2, 3 Gramm oder Kilogramm Brod? — Wenn z. B. das Hektoliter Weizen 13 ℳ 50 ₰ kostet, so sage ich: Wie viele Gramm Semmeln bekomme ich um 1 ₰, wenn ich um 1650 ₰ 52 Kilogramm bekomme? Ich werde erhalten: $\frac{52000}{1650} = 31{,}5$ Gramm. Es müßte demnach eine Semmel zu 3 ₰ ca. 95 Gramm haben.

In gleicher Weise findet man das Gewicht anderen Weißbrodes. Es würden z. B. aus 1 Hektoliter Weizen 66 Kilogramm Weißbrod gebacken. Nehmen wir obige Preise an, so haben wir:

$\frac{66000}{1650} = 40$ Gramm. Es würde also hier ein 5 ₰ Brod 200 Gramm wiegen müssen; das Pfund Brod käme demnach auf $12^1/_2$ ₰.

Wie viele Kilogramm Roggenbrod bekommt man um 25 ₰, wenn man für 20 ℳ (mit Mannsnahrung und Aufschlag) 80,30 Kilogramm bekommt?

Antw. $\frac{80{,}30 \times 25}{2000} = 1{,}004$ Kilogramm.

Umgekehrt kann man fragen: Wie viele Pfennige kostet 1 Kilogramm Roggenbrod, wenn 80,30 Kilogramm au 20 ℳ kommen?

Antw. $\frac{2000}{80{,}30} = 24{,}9$ d. i. 25 ₰.

Nach dem früheren Münchener Brodtarif sollen aus dem Hektoliter Weizen 52 Kilogramm Semmeln gebacken werden. Hiezu sind 39 Kilogramm Mehl nothwendig (aus Beispiel 1. und 2. hervorgehend). Aus einem Hektoliter Weizen kann man 1,33 × 46 = 61 Kilogramm Mehl erhalten. Wo sind nun die fehlenden 22 Kilogramm Mehl? Aus dem Hektoliter Weizen sollen nach obigem Tarif 80,30 Kilogramm sog. Laibeln, und aus dem Hektoliter Roggen ebensoviel Kilogramm Roggenbrod gebacken werden. Hiezu braucht man 60,2 Kilogramm Mehl. Wenn auch das Mehl aus einem Hektoliter Weizen zu dieser Quantität Brod hinreichen würde, so reicht doch das Mehl aus einem Hektoliter Roggen dazu nicht hin, da das Hektoliter Roggen nur 53 bis 54 Kilogramm Mehl gibt. — Dies scheint der vorausgegangenen Bestimmung des Brodpreises ganz zu widersprechen. Dieser Widerspruch hebt sich aber, wenn man bedenkt, daß beim Semmelgebäck außer der Mannsnahrung und den Kleien auch noch das Nachmehl, welches beim Hektoliter Weizen 7 bis 8 Kilogramm beträgt, dem Bäcker überlassen wird, um ihm wegen des Arbeitsaufwandes rc. eine Entschädigung zu gewähren. Aus demselben

Grunde gehöre ihm auch bei den sog. Laibeln das Nachmehl. Es bleiben also bei dem Semmelgebäck noch 14 Kilogramm besseres Mehl übrig. Dieses wird auf das Laibel- und Schwarzbrodgebäck verwendet. Nach Wegrechnung des Nachmehles wird man aus einem Hektoliter Weizen, 53 bis 54 Kilogramm Laibelmehl erhalten. Addirt man hiezu die *Hälfte* des Semmelgebäckrestes zu 7 Kilogramm, so erhält man obige 60 Kilogramm Laibelmehl, welche 80 Kilogramm Brod geben. Beim Schwarzbrodgebäck gestattet man dem Bäcker kein Nachmehl, sondern es muß der *ganze* Mehlbetrag eines Hektoliters Roggen zu 53 bis 54 Kilogramm *nebst* 7 Kilogramm aus dem Semmelgebäck = 60 Kilogramm Mehl verbacken werden, woraus wieder unsere 80 Kilogramm Schwarzbrod erhalten werden.

Anmerkung. Aus dem so eben Gesagten leuchtet ein, daß die Laibel- und Schwarzbrod-Essenden auf Kosten der Semmel-Essenden nach dem besprochenen Tarif begünstiget sind. Was den Bäcker betrifft, so ist angenommen, daß er zu gleicher Zeit 1 Hektoliter Getreid für das Semmelgebäck und 2 Hektoliter für das Laibel- und Schwarzbrodgebäck brauche.

4) Wenn eine Person täglich 1 Pfund Schwarzbrod verzehrt, wie viel Hektoliter Roggen braucht sie in einem Jahr, vorausgesetzt, daß ein Hektoliter Roggen 108 Pfd. Brodmehl gibt?

Antw. 2 Hektoliter 55 Liter.

5) Ein Bauer hat schon viele Jahre im Brauch, seinen Roggen auf der Schranne zu verkaufen und dagegen um den Erlös den Bedarf seines Roggenbrodes beim Bäcker zu kaufen. Es soll nun geprüft werden, ob dieses Verfahren rentabel ist oder nicht!

Auflösung.

Wenn er ein Hektoliter Roggen in die Mühle bringt und dasselbe wieder heimführt, in seinem Ofen backen läßt, so bekommt er, vorausgesetzt, daß er das Mehl *redlich* zurückerhält, etwa 70 Kilogramm Brod, wobei er aber noch Holz, Salz 2c. und Arbeit aufwenden muß. — Wie verhält sich dagegen die Sache, wenn er das Hektoliter Roggen verkauft und für den Erlös Brod kauft? Wie viel bekommt er Brod? Bekommt er mehr oder weniger als 70 Kilogramm? — — Man wird einsehen, daß es hiebei auf den *Schrannenpreis* des Roggens ankommt, und zwar: Ist der Mittelpreis des Roggens *bedeutend unter* 14 ℳ, so werde ich für den Erlös eines Hektoliters Roggen *weniger als* 70 *Kilogramm Brod* kaufen können. Je mehr der Mittelpreis des Roggens dem Preis von 14 ℳ sich nähert, wird auch die für diesen Mittelpreis zu kaufende Brodquantität sich der *Zahl 70 Kilogramm nähern.* Geht der Mittelpreis des Roggens *über* 14 ℳ, so wird man für den Erlös eines Hektoliters Roggen *mehr als* 70 *Kilogramm*

Brod bekommen. Es mag aber der Preis so hoch steigen als er will, nie wird man um den mittleren Schrannenpreis eines Hektoliters Roggen mehr als 80,30 Kilogramm Brod beim Bäcker kaufen können.*)

Es soll die Wahrheit dieser Behauptungen durch einige Beispiele erprobt werden.

Der mittlere Schrannenpreis eines Hektoliters Roggen sei 8, 10, 14, 20 *M.* Wie viele Kilogramm Brod kann man für diese verschiedenen Mittelpreise (zur Zeit, wo diese Mittelpreise gelten) kaufen?

Antw. 64,2 Kilogramm, 66,9 Kilogramm, 70,2 Kilogramm, 73 Kilogramm.

Anmerkung. Die Schlußfolge liegt auf platter Hand Ist der Schrannenpreis unter 14 Mark, o ist es vortheilhafter, selbst Brod zu backen; nähert er sich aber 14 Mark, oder geht er darüber, so ist es vortheilhafter, Brod beim Bäcker zu kaufen.

6) Wenn der mittlere Schrannenpreis des Roggens 12 *M.* wäre und das Liter Brodmehl 10 ₰ kostet, und ich kaufe um 12 *M.* Brodmehl zu dem angegebenen Preise, um daraus Brod backen zu lassen, wie viel Kilogramm Brod werde ich bekommen, wenn das Hektoliter dieses Brodmehles $39^1/_2$ Kilogramm wiegt?

Antw. 69,9 Kilogramm, d. i. 70 Kilogramm.

§. 90.

Bierbrauen.

In Verbindung mit der Landwirthschaft wird häufig auch das Bierbrauen betrieben. An der Hand des vordem in Bayern giltigen Bier-Regulativs seien hier einige Berechnungen angestellt.

Nach diesem Regulativ ist das Liter Bier aus ständigen und unständigen Größen zusammengesetzt. Ständige Größen sind die Vorauslagen, die Mannsnahrung und der Malzaufschlag; unständige der Preis der Gerste und des Hopfens.

---

*) Für einen Algebraisten bedeute q die Kilogramm Brod, die gesucht werden, p den mittleren Roggenpreis per Hektoliter, m die Mannsnahrung, n die Zahl 80,30; so hat man:

$$q = \frac{np}{p + m} = \frac{n}{1 + \frac{m}{p}}.$$

Je größer p ist, desto kleiner wird der Bruch $\frac{m}{p}$, folglich desto mehr nähert sich der Ausdruck $1 + \frac{m}{p}$ der Einheit, und desto mehr wird q gleich $\frac{n}{1} = n$, ohne es je zu erreichen.

a) Ständige Größen.

1. Vorauslagen. Hieher rechnet man:
die Verzinsung (zunächst fünfprocentige) des Grundkapitals, d. h. jenes Kapitals, das man für den Ankauf eines Brauwesens auszulegen hat,
die Unterhaltung der Baulichkeiten,
die Unkosten des Arbeitspersonals,
die Ausgaben auf Malzbrechen und Pferdelohn, Sud- und Dörrholz, Fässer, Pech und Unschlitt,
die Zinsen des Betriebskapitals.

Für alle diese Vorauslagen kämen auf das Liter Bier 3,5 Pfennige.

2. Als Mannsnahrung oder billiger Fabrikationsgewinn werde 1,5 Pfennig per Liter angenommen.

3. Den Malzaufschlag setzen wir für jedes Liter Bier auf 2 Pfennige fest. Hiernach kostet das Liter braunes Bier ohne Hopfen und Malz 7 Pfennige. Diese ständige Größe gilt sowohl für das Sommer- als das Winterbier.

b) Unständige Größen.

Hopfen und Malz wechseln in ihrem Preise und bestimmen so weiters den Bierpreis. Hinsichtlich dieser unständigen Größen gelten folgende Grundsätze:

1. Aus einem Hektoliter Trocken-Malz sollen 2 bis 2,25, höchstens 2,50 Hektoliter Winterbier und 1,75 bis 2 Hektoliter Sommerbier gebraut werden.

2. Auf ein Hektoliter Malz rechnet man beim Winterbier $1^1/_2$ Pfund und beim Sommerbier 3 Pfund Hopfen.

3. Wenn so bei Berechnung des Bierpreises ein Bruch herauskommt, dessen Werth unter $^1/_2$ Pfennig ist, so wird er vernachlässiget, während ein Bruch im Werthe von $^1/_2$ Pfennig und darüber für einen ganzen Pfennig gerechnet wird.

4. Aus den angegebenen Größen kann der Preis eines Liters berechnet werden. Nach diesem Preise soll

und wird der Brauer das Bier an die Wirthe unter dem Reife verkaufen. Für die Gäste selbst wird der Preis in der Regel um etwas höher sein und dürften 1—2 Pfennige angenommen werden.

Beispiele.

1) In einem Brauhause werden 1100 Hektoliter Malz zum Winterbier und 1550 Hektoliter zum Sommerbier verbraucht; wie hoch berechnet sich aus diesem Malzverbrauch die Einnahme zur Bestreitung der oben bezeichneten Vorauslagen?

Antw. Vom Sommerbier auf 9493,75 ℳ und vom Winterbier auf 7700 ℳ, in Summa auf 17193 ℳ 75 ₰.

2) Ein vollständig eingerichtetes Brauanwesen, in welchem man 450 Hektoliter Malz zum Winterbier und 560 Hektoliter Malz zum Sommerbier versiedet, wurde um 60000 ℳ gekauft. Zum Ankauf von Hopfen und Gerste sind regelmäßig 12000 ℳ nothwendig; für Unterhaltung der Gebäude und Geräthschaften 380 ℳ, für den Lohn der Brauknechte 1500 ℳ, für Sud- und Dörrholz, Pech und Beleuchtung 2000 ℳ. Es fragt sich nun: wird man aus dem bezeichneten Sudwesen die fünfprocentige Verzinsung des Grund- und Betriebskapitals per 72000 ℳ und die übrigen ständigen Auslagen per 3880 ℳ herausschlagen?

Auflösung.

Der fünfprocentige Zins von 72000 ℳ Grund- und Betriebskapital beträgt 3600 ℳ. Die ständigen Auslagen belaufen sich auf 3880 ℳ, in Summa 7480 ℳ. — Zur Bestreitung dieser Ausgaben sind auf das Liter Bier 3,5 ₰ gerechnet. Allein aus dem erzeugten Bierquantum erhält man zu dem angedeuteten Zwecke nur 6580 ℳ, woraus man ersieht, daß sich die im bezeichneten Brauanwesen stehenden Kapitalien nicht auf 5% rentiren würden.

3) Wie groß ist die Mannsnahrung eines Brauers, der 700 Hektoliter Malz zum Winterbier verbraucht?

Antw. 2100 ℳ.

4) Ein Brauer bezahlte für das Winterbier 3140 ℳ und für das Sommerbier 2060 ℳ Malzaufschlag. Man berechne hieraus:

a) Wie viele Hektoliter Malz wurden für das Winterbier und wie viele für das Sommerbier verbraucht?

b) Wie viele Hektoliter Winter- und wie viele Hektoliter Sommerbier wurden gesotten?

c) Wie groß war die den Brauer treffende Mannsnahrung?

Antw. Zu a). Das Hektoliter Trocken-Malz zahlt 4 ℳ. Aufschlag; es wurden daher verbraucht:

zum Winterbier 3140 : 4 = 785 Hektoliter, und
zum Sommerbier 2060 : 4 = 515 Hektoliter Malz.

Zu b). 1570 Hektoliter Winterbier und 901,25 Hektoliter Sommerbier.

Zu c). Vom Winterbier 2355 ℳ, vom Sommerbier 1351 ℳ 88 ₰, in Summe 3706 ℳ 88 ₰.

5) Wie viel Pfennige kostet der Hopfen zu einem Liter Winterbier, wenn der Centner Hopfen 140 ℳ kostet?

Antw. Nachdem man weiß, daß auf 2 Hektoliter Winterbier $1^1/_2$ Pfd. Hopfen kommen, ist die Rechnung nicht schwer. Man findet 1,05 Pfennig.

6) Wie viel Pfennige kostet die Gerste zu einem Liter Winterbier, wenn das Hektoliter Gerste 10 ℳ kostet?

Antw. Wenn ein Hektoliter Gerste, aus welcher 2 Hektoliter = 200 Liter Winterbier gebräut werden, 10 ℳ kostet, so kostet die Gerste zu 1 Liter Winterbier 5 Pfennige.

7) Welches wäre nun der Preis eines Liters Winterbier, wenn der Centner Hopfen 140 ℳ und das Hektoliter Gerste 10 ℳ kostet?

Antw. An sogenannter ständiger Größe ergäbe sich für

1 Liter	7,— ₰,
hiezu Hopfenpreis	1,05 ₰,
„ Gerstenpreis	5,— ₰,
ferner käme noch eventuell hinzu der sog. Lokalmalzaufschlag per Liter . . .	0,5 ₰.
Summa	13,55 ₰.

Nach dem Eingangs angezogenen Bierregulativ ergäben sich nach alter Berechnung ca. $4^1/_2$ Kreuzer, was 13 Pfennige jetziger Währung gleichkommt.

Anmerkung. Daß der Preis des Bieres dieser Berechnung gegenüber gegenwärtig auf 20—22 Pfg. per Liter steht, sohin gerade das Doppelte der obigen Vorauslagen sich entziffert, muß den Mehrausgaben bei der Fabrikation, den erhöhten Preisen des Brennmaterials 2c. zugeschrieben werden.

§. 91.

Branntweinbrennen.

Da das Branntweinbrennen aus Kartoffeln und einem geringen Beisatz von Getreide unter den Landwirthen vielfach Eingang gefunden hat, hauptsächlich, um für das Rindvieh die Branntweinschlempe (Brenn-

trank) zu gewinnen, so möchte es nicht unpassend erscheinen, hierüber einige Erfahrungen mitzutheilen. Nach den Erfahrungen einer größeren Brennerei berechnen sich auf 100 Hektoliter Kartoffeln 2 Hektoliter Malz und 3,70 Hektoliter Hafer; ferner 192 Liter Hefe à 6 Pfennige, 10 Steren Holz à 8 *M.*, für Licht 1 *M.* 70 *₰*, für Lohn, Kost und Trinkgeld der Arbeiter 35 *M.*, für Verzinsung und Abnutzung der Gebäude und des Apparates, dann für Reparaturen und Nachschaffungen 40 *M.*, für Verzinsung des Betriebskapitales von 1500 *M.* zu 5% 5 *M.* — Wie beim Bierbrauen können wir auch hier zwischen ständigen und unständigen Ausgaben unterscheiden. Licht, Hefe, Holz, Arbeiterlohn, Verzinsung des Betriebskapitales, Verzinsung und Unterhaltung des Brenn-Apparates rechnen wir zu den ständigen Größen, weil die Ausgaben hiefür sich so ziemlich gleich bleiben, während wir Kartoffeln und Getreide, deren Preise mehr wechseln, als unständige Größen bezeichnen. — Aus 100 Hektoliter guten Kartoffeln mit den oben bezeichneten Ingredienzien erhält man 14 Hektoliter, bei $12\frac{1}{2}^0$ Reaumür fünfzigprocentigen, Branntwein und 200 Hektoliter Brenntrank.

Beispiele.

1) In einer Brennerei, welche monatlich 280 Hektoliter Kartoffeln braucht, hat der Brenner monatlich 20 *M.* Lohn, für jedes Hektoliter von ihm erzeugten Branntwein 30 *₰*, was monatlich 12 *M.* macht, und für Kost und Bier 30 *M.* Der Unterbrenner hat monatlich 10 *M.* Lohn und für Kost und Bier 20 *M.* Es fragt sich nun: Wie viel trifft auf 100 Hektoliter Kartoffeln Arbeitslohn?

   Antw. 32 *M.* 86 *₰*.

2) Eine Branntweinbrennerei, welche jährlich 2000 Hektoliter Kartoffeln verbraucht, kostete mit dem Gebäude und der vollständigen Einrichtung 8000 *M.* Aus fleißig geführten Rechnungen fand man, daß die im Laufe von 20 Jahren nothwendig gewordenen Nachschaffungen und Reparaturen, dann der wirkliche Minderwerth des ganzen Brennapparates nach 20 Jahren so viel betrugen, als das Ganze am Anfang kostete, nämlich 8000 *M.* Die ursprünglich ausge-

gebenen 8000 M. sollen zu 5% verzinst, und die Abnutzungen aus dem Ertrag der Brennerei ersetzt werden. — Nach diesen Voraussetzungen stellen wir die Frage: Welche Ausgabe trifft auf 100 Hektoliter Kartoffeln für Verzinsung des Grundkapitals (8000 M.), für Abnutzung, Reparaturen und Nachschaffungen?

Auflösung.

Der Zins des Grundkapitals von 8000 M. zu 5% ist jährlich 400 M. Nachschaffungen, Reparaturen und Abnutzung betragen in 20 Jahren 8000 M., also in einem Jahre 400 M., Summe beider Posten 800 M.. Da im Jahre 2000 Hektoliter Kartoffeln gebrannt werden, so treffen auf 100 Hektoliter 40 M.

3) In einer Brennerei werden monatlich 270 Hektoliter Kartoffeln, 5 Hektoliter 40 Liter Malz, 10 Hektoliter Hafer zum Kartoffelbrennen verwendet, und täglich 20 Hektoliter Brenntrank gewonnen. Welchen Heuwerth hat unter diesen Voraussetzungen das Hektoliter Brenntrank?

Auflösung.

a) Man suche den Heuwerth der zum Branntweinbrennen verwendeten Stoffe.

270 Hektoliter = 405 Ctr. Kartoffeln (das Hektoliter zu 75 Kilogramm gerechnet) sind dem Futterwerthe nach gleich	$202^1/_2$ Ctr. Heu
Die verwendete Gerste habe per Hektoliter 63 Kilogramm, und 20 Kilogramm davon seien gleich 1 Ctr. Heu. Hiernach wären 5,40 Hektoliter Malz	17 " "
Der Hafer wiegt per Hektoliter 45 Kilogramm, und 20 Kilogramm davon haben einen Heuwerth von 1 Ctr., folglich sind 10 Hektoliter dieses Hafers =	$22^1/_2$ " "
Die zum Branntweinbrennen verwendeten Stoffe sind also gleich	242 Ctr. Heu.

b) Täglich werden 20 Hektoliter Brenntrank gemacht, also in einem Monat 600 Hektoliter. Wenn in 600 Hektoliter 242 Ctr. Heu stecken, so enthält 1 Hektoliter die Nahrung von ca. 40 Pfund Heu.

Anmerkung. Wir nahmen hier an, daß der Heuwerth des Brenngutes durch das Branntweinbrennen nicht gemindert werde, und das ist auch richtig, weil durch das Branntweinbrennen nur der Zuckerstoff desselben in Weingeist verwandelt wird, der Zucker aber nicht zu den Nahrungsstoffen gehört.

4) Wie hoch kommt das Hektoliter Branntwein zu stehen, wenn wir blos auf die oben genannten ständigen Ausgaben Rücksicht nehmen und das Hektoliter Brennwasser zu 30 ₰ in Rechnung bringen?

Auflösung.

a) Für 100 Hektoliter Kartoffeln betragen die ständigen Auslagen:

1. 192 Liter Hefe à 6 Pfg.	11 ℳ 52 ₰
2. für Licht	1 ℳ 70 ₰
3. 10 Steren Holz à 8 ℳ	80 ℳ — ₰
4. Arbeitslohn	35 ℳ — ₰
5. Verzinsung und Unterhaltung der Brennapparate	40 ℳ — ₰
6. Verzinsung des Betriebskapitals	5 ℳ — ₰
Summe	173 ℳ 22 ₰

b) Aus 100 Hektoliter Kartoffeln erhält man 200 Hektoliter Brennwasser, welches 60 ℳ werth ist. Zieht man diese 60 ℳ von 173 ℳ 22 ₰ ab, so verbleiben noch 113 ℳ 22 ₰.

c) Da man aus 100 Hektoliter Kartoffeln nebst Zubehör 14 Hektoliter Branntwein erzeugt, so macht man den Ansatz: Wie hoch kommt 1 Hektoliter, wenn 14 Hektoliter 113 ℳ 22 ₰ kostet. Das Resultat ist: 8 ℳ 9 ₰.

5) Aus 100 Hektoliter Kartoffeln, 2 Hektoliter Malz, 3,70 Hektoliter Hafer erhält man 14 Hektoliter Branntwein von 50%; ferner koste das Hektoliter Kartoffeln 3 ℳ 50 ₰, das Hektoliter Malz 12 ℳ (ohne Aufschlag), das Hektoliter Hafer 5 ℳ. — Wie hoch kommt das Hektoliter Branntwein zu stehen, wenn man blos die angegebenen Preise des Brenngutes berücksichtiget?

Auflösung.

a)

1. 100 Hektoliter Kartoffeln kosten	350 ℳ — ₰
2. 2 Hektoliter Trockenmalz	24 ℳ — ₰
3. Malzaufschlag per Hektoliter 4 ℳ	8 ℳ — ₰
4. 3,70 Hektoliter Hafer	18 ℳ 50 ₰
Summe	400 ℳ 50 ₰

b) Kosten 14 Hektoliter 400 ℳ 50 ₰, so kostet 1 Hektoliter 28 ℳ 61 ₰.

Bemerkung. Unter den Voraussetzungen der Nr. 4. und 5. kostet die Produktion eines Hektoliters Branntwein 36 Mark 70 Pfg.

Zwölftes Kapitel.

Ausgaben- und Einnahmen-Berechnung eines Bauerngutes.

§. 92.

Während bisher das Detail der Landwirthschaft betrachtet wurde, soll nun in diesem Kapitel ein ganzes Gut im Zusammenhange der Rechnung unterworfen, und, um Alles klar zu machen, sogleich ein Gut von bestimmten Verhältnissen vorgestellt werden. Das Gut, das zum Gegenstand der Berechnungen gemacht werden soll, habe 81 Tagwerk (= 27,60 Hektaren) Aecker, 20 Tagwerk (= 6,80 Hektaren) zum Theil sog. saure Wiesen, kein Holz und sei in sehr viele Parzellen zersplittert. Der Boden ist sandig und hauptsächlich zum Roggenbau geeignet. Ein solches Gut werde ohne Inventar einem Landwirth zur Bewirthschaftung übergeben. Was hat er zu thun? — Er muß vor Allem über folgende Fragen in's Klare zu kommen suchen:

1) Welche Wirthschaftsweise treibe ich: Feldwirthschaft, Wechselwirthschaft oder sog. Eggartenwirthschaft?
2) Wie viel brauche ich Zugvieh?
3) Wie viel brauche ich Rindvieh, um den nöthigen Dünger zu bekommen (Düngervieh)?
4) Wie viel brauche ich Dienstboten?
5) Welche Ausgaben muß ich in natura und in Geld auf das Zugvieh,
6) auf das Düngervieh,
7) auf die landwirthschaftlichen Geräthe,
8) auf die Dienstboten, respektive landwirthschaftlichen Arbeiter,
9) auf Düngung und Besamung machen?
10) Wie hoch belaufen sich die Zinsen des Grundkapitals, die Reparaturen der landwirthschaftlichen Gebäude, die Steuern, Bodenzinse, Versicherungsbeiträge 2c.?
11) Was trägt der Feldbau in natura?
12) Was der Wiesenbau?
13) Was der Stall?
14) Wie viel bleibt zum Verkaufen noch übrig?
15) Was bleibt nach Bestreitung aller Ausgaben als baarer Gewinn?

Gehen wir nun zur kurzen Betrachtung dieser 15 Fragen!

§. 93.

Welche Wirthschaftsweise treibe ich? Läßt man den Boden, nachdem man ihn einige Jahre zum Getreidbau benützt hat, als Grasboden liegen, um ihn nach Verfluß einiger Jahre wieder als Ackerland zu bebauen, so nennt man diese Wirthschaftsweise Eggartenwirthschaft, welche nur da vorkommt, wo die Viehzucht die Hauptsache ist. Wird das Viehfutter auf bleibenden Wiesen, das Getreide und andere Marktfrüchte aber auf bleibenden Aeckern nach einer feststehenden Eintheilung gebaut, so haben wir die Feldwirthschaft. Meistens wird das Ackerland in drei Schläge getheilt: Brache, Winterfeld, Sommerfeld. Die Feldwirthschaft mit drei Schlägen heißt Dreifelderwirthschaft. Werden die Marktfrüchte und das Viehfutter auf demselben Ackerlande gebaut, und wechseln beide der Art miteinander, daß die Pflanzen ihrer Natur gemäß auf einander folgen und die eine der anderen zur Vorbereitung dient, so haben wir die Wechselwirthschaft. — In unserem Beispiele ist die Frage schon entschieden. Weil der Grundbesitz sehr zersplittert ist, und man die Aecker nicht nach Belieben bearbeiten kann, so bleibt nichts Anderes übrig, als sich nach den Nachbarn zu richten und mit ihnen die Dreifelderwirthschaft zu treiben, und zwar mit angebauter Brache. Ich baue nämlich in's Brachfeld 13½ Tagwerk (= 4,60 Hektaren) Klee und 13½ Tagwerk (= 4,60 Hektaren) Mengfutter (Wicken, Hafer, Erbsen); in's Winterfeld 20 Tagwerk (= 6,80 Hektaren) Roggen, 3 Tagwerk (= 1 Hektar) Weizen (weil ich meistens Sandboden habe) und 4 Tagwerk (= 1,40 Hektaren) Winterreps; in's Sommerfeld 10 Tagwerk (= 3,40 Hektaren) Gerste mit Kleeeinsaat, 10 Tagwerk (3,40 Hektaren) Hafer, wovon 3½ Tagwerk (= 1,20 Hektaren) mit Klee eingesäet werden und 7 Tagwerk (= 2,40 Hektaren) Kartoffeln oder Rüben. Die Kartoffeln thue ich ins Sommerfeld, weil, wenn sie in die Brache kämen, Wintergetreid auf sie folgte, und dieses unmittelbar nach Kartoffeln nicht gedeihen will. Der Klee kommt erst nach 6 Jahren auf den nämlichen Platz.

§. 94.

Wie viel brauche ich Zugvieh? Es kommt hiebei sehr viel darauf an, welche Wirthschaftsweise man wählt, ob der Boden leicht oder schwer zu bearbeiten und das Gelände eben oder uneben ist, ob der Grundbesitz sehr zersplittert und weit entfernt ist, oder nicht. Am Einfachsten wird die Frage auf folgende Weise entschieden: Die Frühlingsaussaat soll ungefähr in 30 Tagen vollendet sein; in diesen 30 Tagen kann ich aber wegen der dazwischen fallenden Feiertage und schlechter Witterung vielleicht nur 22 Tage auf dem Felde arbeiten. Ich brauche nun so viel Zugvieh, daß ich in 22 Tagen meine Frühlingssaat bestellen kann. Ich muß daher vor Allem wissen, wie viel Zeit

und wie viel Stück Zugvieh ich brauche, um ein Tagwerk oder 34 Aren zu bestellen. Weiß ich dieses, so kann ich leicht berechnen, wie viel ich Stück Zugvieh brauche, um in 22 Tagen z. B. 33 Tagwerke oder 11,25 Hektaren zu bestellen. Erfahrungsgemäß rechnet der Dreifelderwirth auf 12 bis 16 Tagwerk, d. i. 4,10 bis 5,45 Hektaren, Ackerland ein Zugpferd.

Beispiel.

Wie viel brauche ich Arbeitspferde, um in 22 Tagen 27 Tagwerk (= 9,20 Hektaren) Frühlingssaat zu bestellen, wenn ich mit 2 Pferden in einem Tage $^{1}/_{2}$ Tagwerk (= 17 Aren) bestelle?

Antw. 5.

In unserem Beispiele nehmen wir 4 Arbeitspferde und 2 Zugochsen an. Reiche ich mit 6 Stück Zugvieh zur Bestellung der Frühlingssaat aus, so reiche ich damit auch zur Heu- und Getreideernte und zur Herbstsaat aus.

§. 95.

Wie viel brauche ich Rindvieh, um den nöthigen Dünger zu bekommen? Es soll ein Drittel der Aecker, d. i. 27 Tagwerk oder 9,20 Hektaren, gedüngt werden. Rechnen wir auf das Tagwerk oder 34 Aren 180 Ctr., was gewiß nicht zu viel ist, so brauchen wir für das Ackerland im geringsten Anschlage 4860 Ctr. Dünger.

Die 4 Pferde erzeugen (nach einem früheren Beispiel) à 85 Ctr.	340 Ctr.
Die 2 Ochsen, welche 20 Ctr. schwer sind, täglich 170 Pfd., also jährlich	620 Ctr.
Summe	960 Ctr.

Es fehlen noch 3900 Ctr. Rechnen wir auf eine Kuh jährlich ca. 215 Ctr. Dünger, so brauchen wir 18 Kühe, um den nöthigen Dünger zu erzeugen. — Die Wiesen begeilen wir mit Mengedünger (Compost).

§. 96.

Wie viel brauche ich Dienstboten? Die Zahl der landwirthschaftlichen Dienstboten steht mit der nothwendigen Anzahl der Zugthiere in einem Verhältniß. Auf 2 Arbeitspferde braucht man 2 bis 3 Dienstboten, auf 4 Pferde 4, nämlich 2 Knechte und 2 Mägde, auf 6 Pferde 5 bis 6: 2 Knechte, 1 Buben und 2 bis 3 Mägde. Für geringeren Grundbesitz braucht man verhältnißmäßig mehr Dienstboten, als für größeren, theils weil manche Arbeiten ohne Beihilfe mehrerer Hände nicht verrichtet werden können, theils weil die Zeit bei größerem Grundbesitz besser ausgenützt werden kann. In dem oben gesetzten Falle brauchen wir wegen der starken Brachbenützung 6 Dienstboten: 2 Knechte, 1 Buben und 3 Mägde.

§. 97.

Welche Geld- und Natural-Ausgaben muß ich auf das Zugvieh machen? Der Ankauf von 4 Pferden kostet wenigstens 1500 M. Diese Summe soll, weil sie einer größeren Gefahr des Verlustes ausgesetzt ist, zu 8% verzinset werden,

macht	120 M.
für Abnutzung der Pferde à 30 M.	120 M.
für Hufbeschlag à 15 M.	60 M.
Summe	300 M.

Naturalaufwand. In dieser Beziehung nehmen wir an, daß ein Oekonomiepferd jährlich $15\frac{1}{2}$ Hektoliter Hafer, 80 Ctr. Heu und 8 Ctr. Futterstroh braucht. Das Streustroh berechnet sich für ein Pferd auf 12 Ctr., folglich ist der Naturalbedarf für 4 Pferde 62 Hektoliter Hafer, 320 Ctr. Heu und 80 Ctr. Stroh.

2 Zugochsen. Ankauf 350 M., Verzinsung dieser Summe zu 8% = 28 M. Sie seien 20 Ctr. schwer; ihre tägliche Nahrung ist daher 68 Pfd. Heuwerth, was für das ganze Jahr 248 Ctr. macht. $\frac{1}{4}$ hievon ist der Strohbedarf, nämlich 62 Ctr.

§. 98.

Welche Geld- und Natural-Ausgaben muß ich auf das Düngervieh machen? 18 Kühe, das Stück zu 150 M. kosten 2700 M.; hievon der Zins zu 8% = 216 M. Auf das Stück rechnen wir täglich 22 Pfd. Heuwerth, welche nach Umständen in Heu, Stroh, Wurzelwerk, grünem Klee und grünem Mengfutter gereicht werden. Die 18 Kühe brauchen somit jährlich 18 × 80 = 1440 Ctr. Heuwerth und $\frac{1}{4}$ hievon Streustroh, d. h. 1440 : 4 = 360 Ctr. Salz ca. $5\frac{1}{2}$ Ctr., kostet 55 M.

§. 99.

Was kosten die landwirthschaftlichen Geräthschaften (Baumannsfahrnisse, Schiff und Geschirr)?

3 angerichtete Wägen à 320 M.	960 M.
1 kleinerer Wagen	200 M.
4 Pferdegeschirre und 2 Joche	180 M.
4 Pflüge à 40 M.	160 M.
3 Eggen à 30 M.	90 M.
4 Schlitten à 35 M.	140 M.
2 Putzmühlen à 30 M.	60 M.
1 Güllefaß	20 M.
1 Hektolitermaß, dann einige Unterabtheilungsmaße	40 M.
für Siebe, Schaufeln, Hauen, Spaten, Ketten, Winden 2c.	150 M.
Summe	2000 M.

Diese 2000 M. müssen jedenfalls zu 5% verzinset werden, macht 100 M. — Die Geräthschaften müssen nach einigen Jahren theils reparirt, theils neu angeschafft werden, und was noch brauchbar ist, hat nach einigen Jahren jedenfalls einen geringeren Werth

als Anfangs. Durch mehrseitige Erfahrungen hat man gefunden, daß die Reparaturen und Nachschaffungen im Laufe von 20 Jahren, und der Minderwerth nach 20 Jahren den ursprünglichen Anschaffungskosten gleich kommen. Hienach treffen auf 1 Jahr für Reparaturen, Nachschaffungen und Abnutzung 100 *M.* — Die ganze jährliche Ausgabe für Verzinsung, Unterhaltung und Abnutzung der Geräthschaften wäre somit 200 *M.*

§. 100.

Was kosten die Dienstboten in natura und in Geld?

a) Kost und Verpflegung nach Erfahrungen.

Vortrag.	Für 1 Dienstboten	Für 6 Dienstboten	Auslage in Geld für 6 Dienstb. *M.*	₰
Weizen	3,40 Hektol.	20,40 Hektoliter	—	—
Roggen	5,60 Hektol.	33,60 Hektoliter	—	—
Kartoffeln . . .	4,50 Hektol.	27 Hektoliter	—	—
Salz	30 Pfd.	180 Pfd. à 12 ₰	21	60
Schmalz	30 Pfd.	180 Pfd.	—	—
Abgerahmte Milch .	200 Liter	1200 Liter	—	—
Essig	20 Liter	120 Liter à 10 ₰	12	—
Ochsenfleisch . . .	60 Pfd.	360 Pfd. à 50 ₰	180	—
Schweinfleisch . .	40 Pfd.	240 Pfd. à 35 ₰	84	—
Reis . . , . .	10 Pfd.	60 Pfd. à 30 ₰	18	—
Erbsen	30 Liter	180 Liter à 20 ₰	36	—
Gerollte Gerste . .	15 Pfd.	90 Pfd. à 25 ₰	22	50
Bier	100 Liter	600 Liter à 20 ₰	120	—
Petroleum . . .	6 Pfd.	36 Pfd. à 15 ₰	5	40
Brennholz . . .	4 Steren	24 Steren à 8 *M.*	192	—
Reinigung der Lokalitäten und Wäsche	. . .	. . . .	8	—
Geräthereparaturen	. . .	. . . .	36	—
Kleine Bedürfnisse .	. . .	. . . .	5	—
Pflege kranker Dienstb.	. . .	. . . .	20	—
		Summe . .	760	50

Jene Artikel, welche der Oekonom gewöhnlich kaufen muß, setzten wir auch in Geld aus. Sie berechnen sich in unserem Beispiele auf 760 ℳ 50 ₰. — Uebrigens hatten wir eine vollkommen zufriedenstellende Verpflegung im Auge, und sind überzeugt, daß das in der oben stehenden Tabelle Angegebene wohl gebraucht werden kann, wenn wir auch zugeben, daß in den Bauernhaushaltungen noch Manches erspart würde.

b) Löhne: dem Oberknecht 150 ℳ, dem Mittelknecht 100 ℳ, dem Buben 60 ℳ; der ersten Magd 80 ℳ, der zweiten 70 ℳ, der dritten 50 ℳ. Summe aller Löhne: 510 ℳ. Hienach wäre die ganze Geldausgabe 1270 ℳ 50 ₰.

§. 101.

Ausgaben auf Düngung und Besamung. Es sind 27 Tagwerk zu düngen, jedes mit 180 Centner, macht 4860 Centner = 221 Fuder Mist. Die Naturalausgabe auf die Besamung stellen wir in der folgenden Tabelle übersichtlich dar.

Same.	Anzubauende Fläche.		Nothwendiger Samenbedarf	
	Tagw.	Dez.	Hektol.	Pfd.
Wintrig.				
Roggen	20	—	15	—
Weizen	3	—	2,20	—
Reps	4	—	—	44
Sommrig.				
Gerste	10	—	7,50	—
Hafer	10	—	15	—
Kleeeinsaat	13	50	—	168
Kartoffeln	7	—	45	—
Brache.				
Mengfutter	13	50	14,60	—

§. 102.

Zinse des Grundkapitals, Reparaturkosten der landwirthschaftlichen Gebäude, Steuern, Bodenzinse, Gemeindelasten, Versicherungsbeiträge. Alles Dieses läßt sich nur schätzungsweise bestimmen. Ein Gut, wie das von uns gesetzte, kann 40000 ℳ kosten.

Die Zinsen davon sind nach 4%	1600 ℳ
Reparaturkosten. Erfahrungsgemäß vom Tagwerk 50 ₰ bis 1 ℳ 50 ₰, im Mittel 1 ℳ, macht .	100 ℳ
Steuern und andere Staatsabgaben leicht . . .	100 ℳ
Gemeindeumlagen	60 ℳ
Versicherungsbeiträge	60 ℳ
Summa .	1920 ℳ

§. 103.

Zusammenstellung der entzifferten Natural- und Geldausgaben.

Vortrag.	Naturalausgaben.								Geldausgaben.		
	Weizen	Roggen	Gerste	Hafer	Kartffl.	Heu	Stroh		Kap.	Zins	Für Anderes
	Hektol.	Hektol.	Hektol.	Hektol.	Hektol.	Ctr.	Ctr.		M.	M.	M.
4 Pferde	—	—	—	62	—	320	32 / 48	—	1500	120	180
2 Ochsen	—	—	—	—	—	248	62	—	350	28	—
18 Kühe	—	—	—	—	—	1440	360	—	2700	216	55
Geräthschaften	—	—	—	—	—	—	—	—	2000	100	100
Dienstboten	20,40	33,60	—	—	27	—	—	—	—	—	1270,50
Schmalz	—	—	—	—	—	—	—	180 Pfd.	—	—	—
Milch	—	—	—	—	—	—	—	1200 Liter	—	—	—
Düngung	—	—	—	—	—	—	—	4860 Ctr.	—	—	—
Saatgut	2,20	15	7,50	15	45	—	—	—	—	—	—
Kleesamen	—	—	—	—	—	—	—	168 Pfd.	—	—	—
Mengsamen	—	—	—	—	—	—	—	14,60 Hektl.	—	—	—
Repssamen	—	—	—	—	—	—	—	44 Pfd.	—	—	—
Zinsen d. Grundkapitals rc.	—	—	—	—	—	—	—	—	40000	1600	320
Summe . .	22,60	48,60	7,50	77	72	2008	502	—	46550	2064	1925,50

Uebrigens muß unser Oekonom beim Beginn seiner Wirthschaft nicht nur Baumannsfahrnisse, Zug- und Düngervieh, sondern auch das Saatgut, die Nahrungsmittel der Dienstboten, sämmtliches Heu und Stroh und den Dünger kaufen. Dies veranlaßt eine Ausgabe, die wir, mit Rücksicht auf die vorstehende Tabelle, auf ca. 6200 ℳ veranschlagen wollen. Rechnen wir den Zins nach 4 % hiefür zu den oben entzifferten 2064 ℳ, so beläuft sich die Gesammt-Verzinsung auf 2312 ℳ, und die jährliche Geldausgabe auf 4237 ℳ 50 ₰.

Anmerkung 1. Wenn einmal die Oekonomie im Gange ist, so werden die eben genannten Naturalausgaben immer aus der vorhergehenden Ernte genommen; allein die Naturalausgaben des ersten Betriebsjahres müssen anders woher genommen, respektive gekauft, und als ein auf dem Gute ruhendes, verzinsliches Kapital angesehen werden.

Anmerkung 2. Die Ausgaben der letzten Rubrik sehen wir deswegen als kein verzinsliches Kapital an, weil sie nur nach und nach, oder gar am Ende des Betriebsjahres bezahlt, folglich schon aus den Früchten der Oekonomie bestritten werden.

§. 104.

Was tragen in natura Aecker, Wiesen und Stall?

a) Ertrag aus dem Ackerland.

Roggen, 20 Tagwerk à 6—8,90 Hektoliter, macht 120—178 Hektoliter Körner und 400—500 Ctr. Stroh.

Weizen, 3 Tagw. à 6—8 Hektoliter macht 18—24 Hektoliter Körner und 66 Ctr. Stroh.

Reps, 4 Tagw. à 6—8 Hektoliter macht 24—32 Hektoliter Körner und 72 Ctr. Stroh.

Gerste, 10 Tagw. à 6—8,90 Hektoliter macht 60—89 Hektoliter Körner und 150 Ctr. Stroh.

Hafer, 10 Tagw. à 6,50—12 Hektoliter macht 65—120 Hektoliter Körner und 180 Ctr. Stroh.

Kartoffeln, 7 Tagw. à 66 Hektoliter macht 462 Hektoliter.

Klee, 30 Hektoliter à 20 Ctr. Kleeheu, macht 600 Ctr.

Mengfutter, 30 Hektoliter à 15 Ctr. (gedörrt), macht 450 Ctr.

b) Ertrag aus dem Wiesenland.

Die 20 Tagw. Wiesen haben die Verhältnißzahl 314,0, wornach sich ihr mittleres Erträgniß auf 314,0 : $^3/_5$ = 523 $^1/_3$ Ctr., d. i. 586 Centner jetzigen Gewichts, Heu und Grummet berechnet.

c) Ertrag aus dem Stall.

Dünger von 4 Pferden	340 Ctr.
„ „ 2 Ochsen	610 Ctr.
„ „ 18 Kühen	3910 Ctr.
Summe	4860 Ctr.

18 Kälber, die entweder gleich verkauft, oder groß gezogen werden: endlich Milch, auf die Kuh im Durchschnitt täglich $3^1/_2$—4 Liter, im Jahr in runder Summe 25000 Liter.

§. 105.

Bilance.

Bedürfniß.	Deckung.	Rest.
Man braucht: Streustroh a) für 4 Pferde 48 Ctr. b) für 2 Ochsen 62 Ctr. c) für 18 Kühe 360 Ctr. Summe 470 Ctr.	Das Roggenstroherträgniß beläuft sich auf 400—500 Ctr, das Repsstroh auf 72 Ctr. Beide Strohgattungen werden das Bedürfniß hinreichend decken.	Zum Verfüttern oder Verkaufen bleibt nichts übrig.
Heuwerth: a) für die 4 Pferde . . . . 320 Ctr (Futterstroh 32 Ctr.) . . . 16 Ctr. b) für die 2 Ochsen . . . . . 248 Ctr. c) für die 18 Kühe . . . . . 1440 Ctr. Summe . 2024 Ctr.	Man erntet: Heuwerth Wiesenheu . . . . 586 Ctr. Kleeheu 600 Ctr. = ... 660 Ctr. Mengfutter . . . . 450 Ctr. 66 Ctr. Weizenstroh = ... 22 Ctr 150 Ctr. Gerstenstroh = . . . 60 Ctr. 180 Ctr. Haferstroh = ... 90 Ctr. Summe . 1868 Ctr.	Die fehlenden 159 Ctr. Heuwerth werden durch 225 Hektoliter Futterkartoffeln ergänzt.

Saatgut und Unterhaltung der Dienstboten 2c.

Bedürfniß.	Deckung.	Rest.
Weizen . . . . . . 22,60 Hektoliter.	Ernte . . . . . 18—24 Hektoliter.	Wird verbraucht.
Roggen . . . . . . 48,60 "	" . . . . . 120—178 "	Verbleiben 71—129 Hektoliter.
Gerste . . . . . . 7,50 "	" . . . . . 60—89 "	Verbleiben 52—81 Hektoliter.
Hafer . . . . 77,— "	" . . . . . 65—120 "	Wird verbraucht.
Kartoffeln . . . . . 297,— "	" . . . . . 462 "	Verbleiben 165 Hektoliter.

Aus dem Stall.

Bedürfniß.	Deckung.	Rest.
Schmalz . . . . 180 Pfd.	Erfordern 4050 Liter Milch.	Verbleiben 25000—4050 = 20950 Liter süße Milch.
1200 Liter abgerahmte Milch.	Werden von der oben stehenden Milchmasse genommen.	Verbleiben 2850 Liter abgerahmte Milch.
Dünger 4860 Ctr. = 221 Fuder.	Es wird auf dem Gute soviel Dünger erzeugt, als man für das Ackerland braucht.	In manchen Jahren und bei tüchtiger Bewirthschaftung dürfte auch für die Wiesen einiger Dünger übrig bleiben.

§. 106.

Endlich sind wir im Stande, die Hauptfrage zu lösen: **Was bleibt zum Verkaufe, und was ist am Ende der reine Gewinn?**

a) Von Heu und Stroh kann nichts verkauft werden, indem das jährlich erzeugte Futter- und Streumaterial wiederum verwendet wird, um das Gut im ungeschwächten Stande zu erhalten und, wo möglich, zu verbessern.

b) Bezüglich der übrigen Produkte haben wir gegründete Hoffnung verkaufen zu können:

80 Hektoliter Roggen à 10 *M.*	800 *M.*
25 Hektoliter Reps à 20 *M.*	500 *M.*
70 Hektoliter Gerste à 9 *M.*	630 *M.*
165 Hektoliter Kartoffeln à 4 *M.*	660 *M.*
18 Kälber à 30 *M.*	540 *M.*
Indem wir die zur Verfügung bleibenden ca. 21,000 Liter Milch zum Buttern, Käsen und zur Schweinzucht verwenden, werden wir das Liter Milch doch wenigstens auf 6 *₰* bringen, was im Jahre machen würde	1260 *M.*
Summe	4390 *M.*

§. 107.

Die aufgewendeten Kapitalien sind:

für 4 Pferde	1500 *M.* zu 8%	Zins	120 *M.*
für 2 Ochsen	350 *M.* zu 8%	"	28 *M.*
für 18 Kühe	2700 *M.* zu 8%	"	216 *M.*
für landwirthschaftliche Geräthschaften	2000 *M.* zu 5%	"	100 *M.*
für Samen- und Speisegetreid, Heu und Stroh	6200 *M.* zu 4%	"	248 *M.*
für das Gut.	40000 *M.* zu 4%	"	1600 *M.*
Summe	52750 *M.*	Summe	2312 *M.*

Schlußfolgerungen.

1) Der Geldertrag unseres Gutes hat sich auf 4390 *M.* entziffert. Die laufenden Ausgaben betragen 1926 *M.*, die Zinsen des Grund- und Betriebskapitales 2312 *M.*. Hiernach kann man sagen: die laufenden Ausgaben und die Zinsen des Grund- und Betriebskapitals zehren die Geldeinnahmen des Gutes so ziemlich auf, so daß als Gewerbsprofit wenig übrig bleibt. Müßte ein Landwirth das ganze Grund- und Betriebskapital verzinsen, so könnte er (außerordentliche Verhältnisse abgerechnet) nicht bestehen, was auch die Erfahrung bestätiget. Ist das Gut nur zur Hälfte verschuldet, so kann man sich nur mehr äußerst schwer darauf fortbringen. Ist hingegen ein Gut mit allem Zubehör schuldenfrei, bearbeitet

es der Eigenthümer mit seinen Kindern und gibt Gott seinen Segen, so wird das Erträgniß desselben bestehen: a) in Kost und Dienstbotenlohn, die er mit seinen arbeitenden Kindern sich selbst verdient, und b) in den vierprocentigen Zinsen des Grund- und Betriebskapitals.

2) Unser Gut hat 101 Tagwerk. Die laufenden Geldausgaben betragen 1926 *M.* Hiernach treffen in Baarem auf das Tagwerk 19 *M.* Betriebsausgaben. Die Zinsen des Grund- und Betriebskapitals sind etwas größer als die baaren Betriebsausgaben. Ein Gütlein von 33 Tagwerk z. B. erfordert 650 *M.* baare Betriebsausgaben, die indeß von den Mitgliedern der Gütlersfamilie größtentheils selbst verdient werden, und 770 *M.* für Verzinsung der Grund- und Betriebskapitalien; diese 770 *M.* bleiben dem Gütler als Reinertrag seines Anwesens, wenn er keine Schulden hat. — Auch zwischen dem Grund- und Betriebskapital besteht ein gewisses Verhältniß. Nach der Annahme der englischen Oekonomen erhält man das Betriebskapital, wenn man die Zinsen des Grundkapitals (Landrente) mit 7 bis 9 multiplizirt: eine Erfahrung, mit welcher unser Beispiel gut harmonirt. Der Werth unseres Gutes ist 40000 *M.*, die Zinsen hievon sind 1600 *M.* Das 7- oder 9fache von 1600 ist = 11200 bis 14400. Wir aber berechneten das Betriebskapital auf 12750 *M.*

Omnia salvo meliori!

Anhang.

A.

Das metrische Maß- und Gewichtsystem.

Das im deutschen Reiche nunmehr giltige metrische Maß- und Gewichtssystem zeichnet sich insbesonders dadurch aus, daß allen Maßen desselben die gleiche Einheit, das Meter, zu Grunde liegt und dasselbe durchweg zehntheilig ist.

Das Meter, die Einheit des ganzen Systems, ist der zehnmillionste Theil des Erdquadranten, d. h. eines Bogens der Erdoberfläche, welcher vom Pole bis zum Aequator reicht.

Es sind nun die Grundeinheiten des Metersystems folgende:

1) Für das Längenmaß: das Meter.
2) Für das Flächenmaß: das Quadratmeter.
(Für das Feldflächenmaß: das Ar = 100 Quadratmeter.)
3) Für das Körpermaß: das Kubikmeter.
4) Für das Hohlmaß, sowohl zu Flüssigkeiten als für trockene Gegenstände: das Liter = dem tausendsten Theile eines Kubikmeters.
5) Für das Gewicht: das Gramm = dem Gewichte des millionsten Theiles eines Kubikmeters destillirten Wassers bei 4 Grad Celsius (100theiliger Thermometer), und im luftleeren Raume gewogen.

Den Ober- und Unterabtheilungen dieser Einheiten liegt durchaus die Zahl 10 zu Grunde, und werden die Oberabtheilungen dadurch gebildet, daß man dem Namen der Einheit die aus dem Griechischen entnommenen Vorsilben Deka, Hekto, Kilo vorsetzt, um damit das 10-, 100-, 1000fache auszudrücken; die Unterabtheilungen, daß man ebenso die aus dem Lateinischen entnommenen Vorsilben Deci, Centi, Milli vorsetzt, dadurch den 10., 100., 1000. Theil auszudrücken.

Man hat demnach:

1. Längenmaße:

Kilometer	=	1000	Meter.
Hektometer	=	100	"
Dekameter	=	10	"
Meter	=	1	"
Decimeter	=	0,1	"
Centimeter	=	0,01	"
Millimeter	=	0,001	"

(Ein Myriameter ist = 10000 Meter.)

2. Flächenmaße:

Quadrat-Kilometer	=	1000000	□	Meter.
" Hektometer	=	10000	"	"
" Dekameter	=	100	"	"
" Meter	=	1	"	"
" Decimeter	=	0,01	"	"
" Centimeter	=	0,0001	"	"
" Millimeter	=	0,000001	"	"

(Ein Quadrat-Myriameter ist = 100000000 □ Meter.)

Feldflächenmaße:

Hektar	=	100	Ar.
Ar	=	1	"
Centiar	=	0,01	"

Die übrigen Ober- und Unterabtheilungen, welche sich analog bilden, kommen nicht leicht vor.

Es ist demnach das Ar = 1 □ Dekameter.

Das Centiar = 1 □ Meter.

3. Körpermaße:

Kubik-Kilometer	=	1000000000	Kubikmeter.
" Hektometer	=	1000000	"
" Dekameter	=	1000	"
" Meter	=	1	"
" Decimeter	=	0,001	"
" Centimeter	=	0,000001	"
" Millimeter	=	0,000000001	"

Als Holzmaß heißt das Kubikmeter Ster, und ist die Eintheilung analog; z. B.:

1 Decister = 0,1 Ster.

4. Hohlmaße.

Kiloliter	=	1000	Liter.
Hektoliter	=	100	„
Dekaliter	=	10	„
Liter	=	1	„
Deciliter	=	0,1	„
Centiliter	=	0,01	„
Milliliter	=	0,001	„

5. Gewichte.

Kilogramm	=	1000	Gramm.
Hektogramm	=	100	„
Dekagramm	=	10	„
Gramm	=	1	„
Decigramm	=	0,1	„
Centigramm	=	0,01	„
Milligramm	=	0,001	„

500 Gramm oder $^1/_2$, d. i. 0,5, Kilogramm bilden das Pfund und 50 Kilogramm sind der Centner.

1000 Kilogramm oder 20 Centner geben die Tonne.

Anmerkung 1. Aus der ganzen Eintheilung im Metersystem geht hervor, daß man sehr leicht von einer Benennung auf die andere übergehen kann. Will ich z. B. den Dezimalbruch 0,29186 Meter als Millimeter lesen, so darf ich nur denken: ein Millimeter ist 1000mal kleiner als ein Meter, ich bekomme also mehr ganze Stücke und muß folglich mit 1000 vermehren, was bekanntlich dadurch geschieht, daß man das Komma um 3 Stellen von der Linken zur Rechten setzt und sagt: 0,29186 Meter sind = 291,86 Millimeter. Ebenso, wenn ich z. B. 7415 Meter als Kilometer ausdrücken will, setze ich das Komma um 3 Stellen von der Rechten zur Linken und sage: 7415 Meter = 7,415 Kilometer, da das Kilometer 1000mal größer ist als das Meter, u. s. w.

Anmerkung 2. Nach dem alten bayr. Maße sind:

1 Meter = 3 Fuß 5 Zoll $1^1/_3$ Linien Duodezimalmaß;
1 Centimeter = 5 Linien Duodezimalmaß;
1 Kilometer = $^1/_4$ Stunde;
1 □Meter = 11 □Fuß $106^1/_2$ □Zoll Duodezimalmaß;
1 Ar = 11 □Ruthen 74 □Fuß;
1 Hektar = 2 Tagwerk 93 Dezimalen 2 □Ruthen;
1 Kubikmeter = $40^1/_4$ Kubikfuß;
1 Ster = $^5/_{16}$ Klafter;
1 Hektoliter = 1 Eimer $33^1/_2$ Maß (Schenkeimer à 60 Maß);
1 Liter = $3^3/_4$ Quart (Schoppen);
1 Hektoliter = $2^{11}/_{16}$ Metzen;
1 Liter = $^7/_8$ Dreißiger;
1 Kilogramm = 1 Pfund 25 Loth;
1 Gramm = ca. $^1/_4$ Quentchen.

In Dezimalbruchform ist:

1 Meter = 3,42631 bayr. Fuß;
1 Centimeter = 0,411 bayr. Duodezimalzoll, (= 0,343 Dezimalzoll);
1 Kilometer = 0,2697 bayr. Wegstunden;
1 □Meter = 11,7396 □Fuß;
1 Ar = 0,02935 Dezimalen, oder = 11,7396 □Ruthen;
1 Hektar = 2,9349 Tagwerke;
1 Kubikmeter = 40,2235 Kubikfuß;
1 Ster = 0,31923 Klafter,
1 Hektoliter = 1,55905 Eimer (Schenkeimer), oder = 1,46161 sog. Visireimer;
1 Liter = 0,935 Maß;
1 Hektoliter = 0,44973 Schäffel;
1 Liter = 0,02698 Metzen;
1 Kilogramm = 1,78571 Pfund;
Gramm = 0,23 Quentchen.

B. Vergleichung der alten Maße der größeren mit den

Namen der Länder.	1. Längen=			
	Nach dem alten Landesmaße.	Nach dem Metermaße.	Nach dem alten Landesmaße.	Nach dem Meter=maße.
Bayern	1 Fuß = 12″ à 12‴ oder 10″ à 10‴	Meter. 0,29186	1 Elle = 2′ 10¼″	Met. 0,833
Baden	1 Fuß = 10″ à 10‴	0,30000	= 2 F.	0,600
Oesterreich	1 F. = 12″ à 12‴	0,31608	= 2,465 F.	0,778
Preußen	1 F. = 12″ à 12‴	0,31385	= 25½ Z.	0,667
Württemberg	1 F. = 10″ à 10‴	0,28649	= 2,144 F.	0,614
	2. Flächen=			
Bayern	1 □Fuß = 144 □″ à 144 □‴ od. 100 □″ à 100 □‴	□Met. 0,0852	1 □Klafter = 36 □F.	□Met. 3,067
Baden	1 □F. = 100 □″ à 100 □‴	0,09	= 36 □F.	3,240
Oesterreich	1 □F. = 144 □″ à 144 □‴	0,0999	= 36 □F.	3,597
Preußen	1 □F. = 144 □″ à 144 □‴	0,0985	= 36 □F.	3,546
Württemberg	1 □F. = 100 □″ à 100 □‴.	0,0821	= 36 □F.	2,955

Staaten Deutschlands, einschließlich Oesterreichs, Metermaßen.

Maße.

Nach dem alten Landesmaße.	Nach dem Metermaße.	Nach dem alten Landesmaße.	Nach dem Metermaße.	Nach dem alten Landesmaße.	Nach dem Metermaße.
1 Klafter	Met.	1 Ruthe	Met.	1 Meile	Met.
= 6 F.	1,751	= 12 Fuß oder 10 Fuß. . . .	3,502 2,919	= 25406′	7415
= 6 F.	1,800	= 10 F.	3,000	= 29630′	8889
= 6 F.	1,897	= 10 F.	3,161	= 24000′	7586
= 6 F.	1,883	= 12 F.	3,766	= 24000′	7532
= 6 F.	1,719	= 10 F., auch 16 F. à 12″	2,865 4,584	= 26000′	7449

Maße.

1 □Ruthe	□M.	1 Tagwerk	Hektaren
= 100 □F.	8,52	= 40000 □F. = 400 □R.	0,3407
= 100 □F.	9,00	= 40000 □F. = 400 □F.	0,36
= 100 □F. = 144 □F.	9,99 14,39	= 57600 □F. = 1600 □Kl.	0,5756
= 144 □F.	14,18	= 25920 □F. = 180 □R.	0,2553
= 100 □F.	8,21	= 38400 □F. 384 □R.	0,3152

Vergleichung d. alten Maße d. größeren Staaten Deutsch=

Namen der Länder.	3. Körper= und				
	Nach dem alten Landesmaße.	Nach dem Metermaße.	Nach dem alten Landesmaße. (Holz 2c.)	Nach dem Metermaße.	Nach dem alten Landesmaße. (Flüssigkeit.)
	Kubikfuß	Kubikmeter.	Klafter	Kubik=Met.	1 Maß
Bayern	= 1728 c'' oder 1000 c'' u. s. w.; 100 c' = Schacht=Ruthe; 1000 c' = Kub.=Ruthe.	0,0249 2,49 24,9	= 6 . 6 . $3^1/_2$ = 126 c'.	3,133	= 43 Dezimal=Kubik=Zoll = 0,043 c'; 60 Maß = 1 Eim. 64 ein Visireimer.
Baden	Kubikfuß = 1000 K.=Zoll.	0,0270	1 Klaft. = 6 . 6 . 4 = 144 c'.	3,888	1 Maß = 4 Schoppen, 10 M. = 1 Stütz. 10 St. = 1 Ohm. 10 O. = 1 Fuder.
Oesterreich	Kubikfuß = 1728 K.=Zoll.	0,0316	1 Klaft. = 6 . 6 . 3 = 108 c'.	3,413	1 Maß à 4 Seidl = 0,0448 c'' 1 Eimer Wein = 41 Maß. 1 Eimer Bier $42^1/_2$ Maß. Als Rechnungsmaß ist d. Eim. = 40 Maß.
Preußen	K.=F. = 1728 c'; 1 Sch.=Ruthe = 144 c'; 1 K.=R. = 1728 Kubikf.	0,0309 4,4519 53,4226	1 Klaft. = 6 . 6 . 3 = 108 c'.	3,338	1 Quart = 64 c'' = $^1/_{27}$ c', 60 Q. = 1 Eim. = $^{20}/_9$ c', 2 Eim. = 1 Ohm, $1^1/_2$ O. = 1 Oxhoft, 4 O. = 1 Fuder.

lands, einschließlich Oesterreichs, mit den Metermaßen.

Nach dem Metermaße.	Nach dem alten Landesmaße. (Getreide 2c.)	Nach dem Metermaße.	Nach dem alten Landesmaße.	Nach dem Metermaße.
			Gewichts-Maße.	
Liter.	1 Metzen	Liter.	Gewicht.	Grammen.
1,069 64,142 68,418	= $34^2/_3$ Maß = 1,4907 c', 1 Mtz. = 4 Vierl., 1 V. = 4 Maßl, 1 M. = 2 Dreißig. 6 Metzen = 1 Schäffel = 208 Maß = 8 c' 944 Dez.-Kub.-Z.	37,06 222,4	1 Centner = 100 Pfd., 1 Pfd. = 32 Loth, 1 Lth. = 4 Quint, 1 Q. = 4 Pfg., 1 Pfg. = 15 Gran.	560
1,5 15,0 150,0	1 Malter = $^{50}/_9$ c' 1 Malter hat 10 Sester, 1 Sest. 10 Mäßlein, 1 M. 10 Becher.	150,0 15,0 1,5	1 Pfund 100 Pfund = 1 Centner.	500
1,415 58,004 60,126 56,600	1 Metzen = 1,947 c'; 30 Metzen = 1 Muth.	61,5	Handelsgewicht die Wiener Mark 1 Centner = 5 Steine, 1 St. = 20 Pfd., 1 Pfd. = 32 Loth à 4 Q.	 280,6 560,006
1,145 68,702	1 Metzen = 3 Quart, 4 Mtz. = 1 Viertel, 4 V. = 1 Schäffl., 12 Sch. = 1 Malt.	 3,435 54,961	Seit 1859: 1 Pfd. = 30 Lth., 1 Lth. = 10 Quint.; 100 Pfd. = 1 Ct., 40 Ct. = 1 Last. Früher war 1 Ct. = 110 Pfd., 1 Pfd. = 32 Loth.	 500 467,711

Vergleichung d. alten Maße d. größeren Staaten Deutsch-

Namen der Länder.	3. Körper- und				
	Nach dem alten Landesmaße.	Nach dem Metermaße.	Nach dem alten Landesmaße. (Holz rc.)	Nach dem Metermaße.	Nach dem alten Landesmaße. (Flüssigkeit.)
	Kubikfuß.	Kubikmeter.	Klafter	Kubik-Met.	1 Maß
Württemberg	K.-F. = 1000 c''.	0,0235	1 Klaft. = 6 . 6 . 4 = 144 c'.	3,386	1 Maß Hellaich, 1 Maß Trübaich, 1 Schenkmaß, 10 Maß Hellaich = 1 Immi, 16 J. = 1 Eimer.

lands, einschließlich Oesterreichs, mit den Metermaßen.

Gewichts-Maße.				
Nach dem Metermaße.	Nach dem alten Landesmaße. (Getreid ꝛc.)	Nach dem Metermaße.	Nach dem alten Landesmaße.	Nach dem Metermaße.
Liter.	1 Metzen	Liter.	Gewicht.	Grammen.
1,837 1,917 1,670 18,37 293,93	1 Schäffel = 8 Simmri à 4 Vierling à 4 Mäßlein à 2 Ecklein à 4 Viertelein.	177,226 1 S. = 22.153	1 Centner = 104 Pfd., 1 Pfd. = 32 Loth Jetzt das Zoll- pfund per	 467,728 500

Druck der F. C. Kremer'schen Buchdruckerei (A. Manz) in Augsburg.